4°
Math. A.
290
c

4° Math. A. 290 c

<36623547390018
S
<36623547390018
Bayer. Staatsbibliothek

4° Math. A. 290.c

Mathesis. Astronomia. Apparatus astronomicus
1028.

R

121 B

Photometriſche Unterſuchung
über
die Deutlichkeit
mit welcher wir
entfernte Gegenſtände vermittelſt dioptriſcher Fernröhre
beobachten können,
in Anwendung dieſer Theorie
auf
die Zuverläßigkeit, mit welcher vermittelſt eines Hadleyſchen Spiegel-Sextanten Winkel zu Waſſer und zu Lande können abgemeſſen werden,
wie auch
über die Zuverläßigkeit, mit welcher vermittelſt dieſes Inſtruments, und einem neu erfundenen Chronometer von Thomas Mudge oder Joſiah Emery die geographiſche Länge eines Orts beſtimmt werden kann,

von
Johann Leonhard Späth,
Profeſſor der Mathematik und Phyſik zu Altdorf, und Mitglied der Churmalnziſchen Akademie der Wiſſenſchaften.

Leipzig,
im Schwickertſchen Verlage 1789.

An

Einen Hochlöblichen

Geheimen Rath

der

des heil. Römiſchen Reichs freyen Stadt

Augsburg.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Wohlgebohrne,

Hochedelgebohrne und Hochweiſe

Herren

Stadtpfleger und Geheime Räthe,

Gnädige und Hochgebiethende Herren!

Euer Wohlgebohrne und Hochadeliche Gnaden erlauben gnädig, durch Ueberreichung gegenwärtiger Photometriſchen Unterſuchungen eine Probe meines Privatfleißes ablegen zu dürfen. Wirklich könnte mir dermalen

nichts angenehmer ſeyn, als dieſe gnädige Erlaubnis, da ich hiedurch Gelegenheit finde, **Euer Wohlgebohrnen** meinen gebührenden Dank für alle mich bisher gewürdigte Gnade und Wohlthaten zu bezeigen, und **Euer Wohlgebohrnen** zu verſichern, daß ich niemals vergeſſen werde, daß ich alle die guten Gelegenheiten, die ſich mir ſeit meinem Austritt aus dem Branderſchen Laboratorio im Auslande bisher eröffnet hatten, im wiſſenſchaftlichen und Kunſtfache meine Kenntniſſe zu erweitern, nebſt der gütigen Leitung der Vorſehung, ganz allein der ſchätzbarſten Gnade und preiswürdigen Unterſtützung **Euer Wohlgebohrnen** zu verdanken habe.

Pflicht iſt es alſo für mich, daß ich **Euer Wohlgebohrnen** nunmehro den verbindlichſt = gehorſamſten Dank in wahrer Hochachtung und gebührender Ehrfurcht, unterthänig abſtatte: ſie iſt die einzige, die mir in meiner gegen=

wärtigen Lage auszuüben übrig bleibt. Denn dermalen bin ich nicht im Stande, meine Dienſte meiner Vaterſtadt unmittelbar zu leiſten, und mich ſo vieler erhaltener Wohlthaten in derſelben, einigermaßen verdient zu machen, da die unbeſchränkte Großmuth **Euer Wohlgebohrnen** mir einſtimmig erlaubt hatte, den Ruf eines Profeſſors der Mathematik und Phyſik auf Altdorfs Muſenſitze anzunehmen.

Danken muß ich es der Fügung der Vorſehung, daß ſie mir Augsburg zu meiner Vaterſtadt erſah, eine Reichsſtadt, in welcher von jeher Künſte und Wiſſenſchaften durch weiſe Einrichtung und Unterſtützung edler und einſichtsvoller Regenten im Flor erhalten wurden; und erbitten will ich von derſelben, daß ſie Augsburgs Bürgerſchaft noch lange das Glück genießen laſſen möge, das Einſicht, Rechtſchaffenheit und Patriotismus ihrer edlen Regenten ihnen

dermalen verſchafft; mich ſelbſt aber empfehle in Euer Wohlgebohrnen hohe Gunſt und Gewogenheit gehorſamſt, der in unverbrüchlicher Hochachtung verharre

Euer Wohlgebohrnen und Hochadelichen Gnaden

unterthänig gehorſamſter

Johann Leonhard Späth.

Vorrede.

Ich habe mir vorgenommen, Unterſuchungen über den Effect eines nach Johann Hadleys Theorie verfertigten Winkelmeſſers, den man insgemein Hadleys Spiegel-Sextant nennt, anzuſtellen, und ich halte dafür, es möchte eine ſolche Unterſuchung nicht überflüßig ſeyn, über ein Inſtrument, deſſen Gebrauch heutzutage auf der See allgemein iſt, und das vermöge ſeiner Theorie, auf welche es gegründet iſt, an Genauigkeit und richtiger Angabe der mit demſelben abgemeßenen Winkel alle andere Werkzeuge zum Winkelmeſſen, die mit ihm einerley Halbmeſſer, Eintheilung, Vergrößerung und Oeffnung des Objectivs haben, übertreffen muß, wenn man auch nichts von der Bequemlichkeit ſeiner Behandlung vor andern Inſtrumenten gedenken wollte.

So viel Auffallendes und Gewagtes dieſe Behauptung dem erſten Anſcheine nach haben möchte, ſo läßt ſich doch ihre Richtigkeit darthun, wenn man die Beſchaffenheit und Structur aller andern Werkzeuge zum Winkelmeſſen, deren man ſich nur immer zu Abmeſſung der Winkel auf der Erde oder am Himmel bedienen mag, ſich durchdenken, und Vergleichungen über dieſelbe mit dieſem Hadleyſchen Winkelmeſſer anſtellen wollte. Man wird bey dieſer Muſterung ohne viel Nachdenken finden, daß die Deutlichkeit, mit welcher die Gegenſtände vermittelſt derſelben beobachtet werden können, das erſte und vorzüglichſte Stück an jedem derſelben ſeye. Man wird ferner finden, daß bey zwey Inſtrumenten, von einerley Größe, Verhältniſſen und Bauart dasjenige den Vorzug vor dem andern verdiene, in deſſen Brennweite des Oculars ein Creutzfaden ausgeſpannt iſt, der dünner als in dem andern iſt, weil der Beobachter bey Abmeſſung eines jeden Winkels niemals vor einen Winkel ſtehen kann, der kleiner als der Winkel iſt, welchen dieſer Creutzfaden an der Stelle des Objectivglaſes einnimmt, ob das Fernrohr genau nach dem Gegenſtande gerichtet ſey oder nicht: ja man wird aus dieſem Grunde ſagen, das Fernrohr dieſes Inſtruments leiſte ſeinen möglichſt größten Effect, den es vermöge ſeiner Structur leiſten mag, wenn dieſer Creutzfaden in demſelben beynahe von verſchwindender Dicke wäre.

Dieſes letztere iſt nun wirklich im ſtrengſten Verſtande genommen der Fall bey Hadleys Winkelmeſſer. Die Theorie, auf welche er gegründet iſt, macht, daß er gar keines Fadenkreutzes bedarf, weil durch die Reflexion der Strahlen auf den Reflexions-Ebenen dieſes Inſtruments von jedem Gegenſtand, deren Abſtand von einander gemeſſen werden ſoll, in dem Fernrohr ein Bild entſteht, die man nur bis zur Berührung zuſammen bringen darf, wenn der Winkel, welchen dieſe zwey Gegenſtände an der Stelle des Inſtruments bilden, gemeſſen werden ſoll. Die Zuverläſigkeit, mit welcher dieſe Bilder in dem Fernrohre zuſammen gebracht werden können, hängt alſo nur einzig und allein von der Deutlichkeit ab, mit welcher die Bilder im Fernrohre geſehen werden können. Je größer demnach dieſe Deutlichkeit iſt, je größer iſt auch die Zuverläſigkeit, mit welcher die Bilder bis zur Berührung zuſammen gebracht werden können, folglich auch ceteris paribus, um ſo viel größer auch die Genauigkeit, mit welcher der Winkel ſelbſt gemeſſen wird.

Dieſe Deutlichkeit aber, mit welcher wir beyde Bilder im Fernrohre wirklich ſehen, iſt eine Function der ſcheinbaren Klarheit, unter welcher wir dieſelbe ſehen, und des Diffuſionsraums der Strahlen, auf der Netzhaut des Auges, der entſteht, weil wegen der längern Abweichung der Strahlen, hinter dem letzten Oculare, nicht alle Strahlenkegel, die von dem

Gegenſtande ausgehen, ihren Vereinigungspunct gerade auf der Netzhaut des Auges haben, und der Vergrößerung des Fernrohrs.

Je kleiner demnach dieſer Diffuſionsraum der Strahlen iſt, und je größer die ſcheinbare Klarheit iſt, unter welcher wir beyde Bilder ſehen, deſto größer iſt auch die Deutlichkeit, mit der wir dieſelbe ſehen, folglich auch die Zuverläſigkeit, mit welcher wir beyde Bilder im Fernrohr zuſammen bringen können, demnach auch ceteris paribus die Genauigkeit, mit welcher wir den Winkel meſſen können.

Letztere Klarheit aber hat ihre Gränzen, wenn die Bilder noch deutlich geſehen werden ſollen, und vor ein jedes Auge ein beſtimmtes Maas, wenn daſſelbe dieſe Bilder mit der möglichſt gröſten Deutlichkeit ſehen ſoll, mit der daſſelbe dieſe Bilder im Fernrohr nur immer zu ſehen vermag.

Ich habe, was dieſe Deutlichkeit anbetrift, ſchon vor einiger Zeit Veranlaſſung genommen, aus der ſtarken Vergrößerung, die Herr Herſchel an ſeinen Reflectoren anbringt, nachzudenken, ob ſich nicht die Function ſollte entwickeln laſſen, nach welcher die Deutlichkeit, mit welcher wir einen Gegenſtand ſehen, mit der wirklichen Klarheit deſſelben, oder mit der ſcheinbaren Klarheit, unter welcher wir denſelben ſehen, zuſammen hängt. Ich ſahe wohl ein, daß hiezu mehrere Kenntniſſe von dem Bau unſers Auges und deſſen Verhalten beym Sehen erfordert werden, als wir heut zu Tage haben, und vielleicht jemals bekommen möchten; demohngeachtet aber beſchlos ich hiebey zu thun, was möglich ſeyn möchte, und ich ſchlug hiebey einen Weg ein, welchen man in dergleichen Fällen öfters zu gehen pflegt, das iſt, ich ſuchte einen Ausdruck zu conſtruiren, der meiner Abſicht mit einer Genauigkeit entſprechen ſollte, die in dieſen Stücken zu erreichen möglich iſt.

Auch hatte ich nicht Urſache mein Vorhaben zu bereuen; denn ich war nach vielen angeſtellten Verſuchen und Vergleichungen ſo glücklich einen Ausdruck zu Stande zu bringen, der mir die Deutlichkeit, mit welcher ich einen Gegenſtand bey verſchiedener Erleuchtung deſſelben ſehe, mit hinlänglicher Genauigkeit giebt, ſo lange die Erleuchtung nicht mehr als ein Millionenmal geringer iſt, als die Erleuchtung, welche derſelbe Gegenſtand von der Sonne bekommt.

Dieſe Gränze iſt wirklich weit genug, und geht weiter als bey Fernröhren vorkommen kann: denn die Erleuchtung, welche der Gegenſtand in dieſem Falle hat, iſt ſchon über den 6ten Grad oder die bürgerliche Dämmerung hinaus, und gränzt ſchon an den 12ten Grad der aſtronomiſchen Dämmerung an einem ſchönen Sommerabend.

Alles kam hiebey auf den Maasſtab an, den man hiebey zum Grunde legen wollte, um die Deutlichkeiten nach demſelben meſſen zu können. Da nun dieſe Deutlichkeit, welche den Maasſtab abgeben ſoll, mit der Klarheit zuſammen hängt, unter welcher wir einen Gegenſtand ſehen, ſo wählte ich hiezu eine ſcheinbare Klarheit (k), unter welchen mir ein grüner Körper erſcheint in einem ſolchen Zuſtande, daß ich ihn nach allen ſeinen Theilen auf das aller vollkommenſte ſehen kann, wenn er unter einem gewiſſen Winkel von der Sonne beleuchtet wird.

Es wäre zwar freywillig geweſen, einen Körper von jeder Farbe zu wählen, ich wählte aber lieber ein grünes Pommeranzenblatt, dem ich den Glanz benommen hatte, weil dieſes für mein Auge etwas beſonders angenehmes und wohlthuendes hat.

Die Deutlichkeit nun, mit der ich dieſes Blatt unter dieſer Beleuchtung ſehe, heiße ich

die Deutlichkeit 1, und bediene mich derſelben zum Maasſtab, nach welcher ich alle andere Deutlichkeiten meſſe, mit welchen ich das Blatt ſehe bey einer Erleuchtung die geringer als zuvor iſt.

Ich gebe ferner dieſem Blatte eine runde Figur, ſo daß ich daſſelbe in einer Entfernung (b) unter dem Winkel (ψ) mit der Deutlichkeit 1, unter der ſcheinbaren Klarheit (k) ſehe, und dieſe Klarheit iſt die möglichſt größte, unter welcher ich daſſelbe ſehen kann, ohne von dem zurückprallenden Sonnenlichte geblendet zu werden.

Hierauf gründe ich nun ferner folgenden Schluß: Wenn ich das Blatt mit der Deutlichkeit 1 ſehen ſoll, ſo müſſen alle Strahlenkegel, die von demſelben in mein Auge kommen, ihren Vereinigungspunct genau auf der Netzhaut deſſelben haben; ich müßte alſo auch von einem entfernten Gegenſtand ein Bild im Fernrohr, das mir unter dem Winkel (ψ) erſcheint, mit der Deutlichkeit 1 ſehen, wenn es mir unter der ſcheinbaren Klarheit (k) erſcheint, und alle von demſelben in mein Auge kommende Strahlenkegel ihren Vereinigungspunct auf der Netzhaut des Auges haben würden. Da dieſer Fall aber ſtreng genommen nicht möglich iſt, ſo iſt es auch nicht möglich, ein Bild von einem entfernten Gegenſtand mit der Deutlichkeit 1 im Fernrohre zu ſehen; die Deutlichkeit, mit welcher daſſelbe wirklich geſehen wird, iſt die nächſte nach der Deutlichkeit 1, wenn der Diffuſionsraum der Strahlen auf der Netzhaut beynahe = 0 iſt.

Ich ſchließe ferner, ich werde geblendet werden, wenn die ſcheinbare Klarheit, mit der ich das Bild im Fernrohre ſehe, größer als die Klarheit (k) iſt, und endlich das Bild kaum mehr ſehen, wenn die Klarheit, mit der ich daſſelbe im Fernrohr ſehe, ſo geringe iſt als die ſcheinbare Klarheit, mit der ich das grüne Blatt in der ſpäten Dämmerung ſehe; bey einer jeden andern Klarheit (U), die zwiſchen dieſe beyde hinein fällt, werde ich das Bild im Fernrohr unter einem Winkel ψ eben ſo deutlich ſehen, als ich das Blatt unter dem Winkel ψ bey der nemlichen ſcheinbaren Klarheit ſehe.

Ferner ſehe ich auf dem grünen Blatte unter der Klarheit (k) mit der Deutlichkeit 1 zwey Puncte α und β in einer beſtimmten Entfernung (δ), und dieſe Puncte ſind die kleinſten, die ich mit der Deutlichkeit 1 auf dem Blatte beobachten kann. Sehe ich dieſe 2 Puncte unter einer andern ſcheinbaren Klarheit, die geringer als die Klarheit (k) iſt, ſo ſehe ich ſie auch mit einer Deutlichkeit die geringer als die Deutlichkeit 1; ſehe ich ſie aber mit einer geringern Deutlichkeit, ſo ſcheinen ſie mir nicht mehr ſo ſcharf und rund abgeſchnitten zu ſeyn, und ich kann alſo nicht mehr mit ſolcher Gewißheit von ihrer Lage gegen einander ſagen, daß ſie um (δ) und nicht weiter von einander abſtehen, und ich finde, daß ich mich vielleicht nicht groß irren möchte, wenn ich hiebey die Hypotheſe zum Grunde lege, dieſe Gewisheit, mit der ich mich von der wahren Lage dieſer 2 Puncte gegen einander überzeugen kann, verhalte ſich bey einerley Größe der Puncte, wie die Deutlichkeit, mit der ich dieſelbe ſehen kann. Sie iſt alſo nur in dem Fall die größte, wenn ich die Puncte mit der Deutlichkeit 1 ſehe, und jederzeit geringer, wenn ich dieſelbe mit einer geringern Deutlichkeit ſehe.

Iſt nun (ϕ) der kleinſte Winkel, unter welchem ich den Abſtand (δ) ſehe, welchen die Puncte α und β wirklich haben, da ich ſie mit der Deutlichkeit 1 betrachte, und ich heiße die Zuverläßigkeit, mit der ich weis, daß die Puncte in dieſem Falle gerade um (δ) von einander abſtehen (γ), ſo iſt die Zuverläßigkeit (γ), wenn ich ſie mit einer Deutlichkeit (w)

ſehe, die geringer als die Deutlichkeit 1 iſt; und es iſt der angenommenen Hypotheſe zufolge $\gamma : \eta = 1 : w$, demnach allemal $\eta = \frac{w}{\gamma}$, das iſt, die Zuverläßigkeit iſt in dieſem Falle $\frac{w}{\gamma}$ mal geringer als zuvor.

Wenn demnach der Winkel ϕ der Geſichtswinkel eines Beobachters iſt, unter welchem ihm der Abſtand (δ) zweyer Punkte α und β, die er mit der Deutlichkeit 1 ſiehet, noch vorkommen darf, wenn er ſich von dem wahren Abſtand (δ) mit möglichſt größter Zuverläßigkeit überzeugen ſoll, und (δ) die Tangente dieſes Winkels; ſo ſey nunmehro die Deutlichkeit (w), mit welcher der Beobachter dieſe Puncte ſiehet, und (d) ein Abſtand, welchen die 2 nemlichen Puncte haben müſſen, wenn (d) auf die Seele des Beobachters einen Eindruck (ε°) machen ſoll, der demjenigen Eindruck (ε) am nächſten kommt, welchen (δ) auf dieſelbe machte, da er die Puncte mit der Deutlichkeit 1 ſahe, auch (d) die Tangente eines Winkels ξ. Hiebey ſchließe ich nun folgender Maßen:

Beyde, ſowohl δ als d, ſind in ihrer Art minima; und ε und ε° beydes Wirkungen auf die Seele; da nun dieſe Wirkung abhängt von der Größe der δ und d, und den Deutlichkeiten 1 und w, ſo erlaube ich mir hiebey den Satz, daß ſich verhalte $\delta . 1 : d . w = \varepsilon : \varepsilon^{\circ}$. Soll nun aber ε° ſo viel möglich ε ſeyn, ſo muß $d = \frac{\delta}{w}$ ſeyn.

Weil nun ferner $\delta : d = \phi : \xi$; ſo folgt, daß in dieſem Fall $\xi = \frac{1}{w} . \phi$ ſeyn müſſe. Da ich nun, während ich die Puncte α und β mit der Deutlichkeit 1 ſahe, bis auf einen Winkel ϕ in Abſicht ihres wahren Abſtandes gewis war, ſo bin ich in dieſem Falle, da ich ſie mit der geringern Deutlichkeit (w) ſahe, nur bis auf einen Winkel $\frac{1}{w} \phi$ in Rückſicht ihres wahren Abſtandes gewis. Ich bin weit entfernt, die unumſtößliche Richtigkeit dieſes Satzes zu behaupten; allein ich glaube doch, es möchte derſelbe von der Wahrheit nicht weit abgehen, da die Gränzen, innerhalb welchen derſelbe ſeine Anwendung finden kann, nicht groß ſind. Denn w kann nach der von mir vorgetragenen Theorie niemalen $\frac{1}{3}$, ja in den meiſten Fällen wird es kaum $\frac{1}{2}$ ſeyn; und es iſt wirklich für mein Geſicht nur $\frac{1}{2}$, wenn das grüne Blatt von dem leuchtenden vollen Monde in einer heitern Nacht beleuchtet wird.

Von dieſem Schluß mache ich nun ferner auch die Anwendung auf die Zuverläßigkeit, mit welcher ein Beobachter die beyden Bilder im Fernrohr zuſammen bringen kann, und ſage: wenn ϕ der kleinſte Winkel iſt, unter welchem mir ein Punct α auf einem Gegenſtand erſcheinen darf, den ich in der Entfernung (b) mit der Deutlichkeit 1 ſehe, ſo iſt auch $\frac{\phi}{M}$ der kleinſte Winkel, unter welchem mir ein Punct auf einem Bilde (A) im Fernrohre, das ich mit der Deutlichkeit 1 ſelbſt oder mit einer Deutlichkeit ſehe, welche die nächſte kleinſte nach derſelben iſt, wirklich ſehe, erſcheinen darf, wenn ich ihn noch mit der Deutlichkeit 1 ſehen ſoll. Könnte man die Klarheit dieſes Bildes durchaus gleich, alſo auch die Deutlichkeit gleich groß annehmen, mit welcher daſſelbe nach allen ſeinen Theilen geſehen wird, ſo iſt die Lage dieſes Punctes α gleichgültig, er mag am Rande oder in der Mitte liegen. Da nun dieſes bey Fernröhren, die auf Inſtrumenten zum Winkelmeſſen angebracht wer-

den, ohne auffallenden Fehler angenommen werden kann, ſo findet auch der Satz ſeine unbeſchränkte Anwendung.

Eben ſo darf auch auf einem andern Bilde (B), das ich mit der Deutlichkeit (w) im Fernrohre ſehe, ein Punct β nicht kleiner als $\frac{1}{w}\,\frac{\phi}{M}$ ſeyn, wenn er auf meine Seele noch einen Eindruck machen ſoll, der demjenigen am nächſten kommt, den ich habe, wenn ich einen Punct α auf dem andern Bilde mit der Deutlichkeit 1 ſehe; ja es folgt ferner, daß ich nur bis auf einen Winkel $\frac{\phi}{M} \pm \frac{1}{w}\,\frac{\phi}{M} = \left(1 \pm \frac{1}{M}\right)\frac{\phi}{w}$ mit Zuverſicht gewis ſeyn kann, daß ich beyde Bilder A und B wirklich nach meiner Abſicht bis zur ſcheinbaren Berührung zuſammen, oder ſchon näher zuſammen gebracht habe.

Dies wären alſo die Hauptgründe, auf welche ich gegenwärtige Theorie über die Deutlichkeit, mit welcher wir Gegenſtände durch Fernröhre betrachten können, und wovon ich vor diesmal eine Anwendung auf die Zuverläſigkeit mache, mit welchen Winkel vermittelſt eines Hadliſchen Winkelmeßers gemeſſen werden können, gebaut habe. Ich hielte es vor dienlich dieſelbe ſummariſch hier in der Vorrede vorzutragen, weil ich darfür halte, es gereiche zu mehrerer Verſtändlichkeit und Ueberſicht einer Sache, wenn man ihre Gründe, auf welchen ſie beruhet, auf einem Platz beyſammen findet, als wenn man dieſelbe erſt in dem nachfolgenden Werke ſelbſten zerſtreuet aufſuchen muß. Uebrigens bin ich nicht ſo eitel, daß ich dieſe neue Theorie für unfehlbar ausgeben wollte; mit der Zeit kann ſich in derſelben noch manches ins feinere bringen laſſen, wie es mit einem jeden Dinge geht, das erſt das erſtemal zum Vorſchein kommt. Doch glaube ich, wenn ich mich je geirrt haben ſollte, mich nicht gar zu ſehr geirrt, oder von der Wahrheit entfernt zu haben; weil die Reſultate meiner Berechnungen über die Zuverläſigkeit, mit welcher Winkel mit dieſem zum Grunde gelegten Inſtrumente gemeſſen werden können, mehr als ich ſelbſt erwartet hatte, mit den Erfahrungen übereintreffen, welche berühmte Männer und geſchickte Beobachter hievon gemacht haben.

Der Weg, den ich vorgeſchlagen habe, dieſe Reſultate zu finden, iſt auch wirklich der kürzeſte, den ich nehmen konnte. Ich brachte nämlich die ganze Unterſuchung auf allgemeine Analitiſche Formeln, und legte dabey die nöthigen Photometiſchen Grundformeln und Sätze zum Grunde, deren Aechtheit ſchon lange bewieſen iſt, ohne mich auf die Induction, nach welcher dieſelbe gefunden werden, viel einzulaſſen, weil ich einen Leſer zum Voraus ſetze, der die Hauptgründe der Photometrie inne hat, und etwas in der Analyſis bewandert iſt.

Auch beruhet die ganze Unterſuchung einzig und allein auf der einzigen Grundformel, die ich in §. 4. I. conſtruirt habe; denn ich leite aus derſelben alle andere Formeln her, nach welchen ich die Zuverläſigkeit berechne, mit welcher wir mit dieſem Inſtrumente, dem Abſtand des Mondes von der Sonne bey Tage, oder des Mondes von einem Planeten oder einem Stern, meſſen können, und eben ſo auch mit welcher Zuverläſigkeit wir mit dieſem Inſtrument correſpondirende Sonnenhöhen nehmen können. Ich wollte hiebey lieber auch etwas an der Schärfe der Reſultate nachlaſſen, als die Formeln zum Gebrauche unbequem und beſchwerlich machen. Aus dieſem Grunde habe ich bey dieſer Unterſuchung gänzlich Verzicht gethan, auf den Diffuſionsraum der Strahlen auf der Netzhaut des Auges; weil

der Fehler, der hieraus auf das herauskommende Reſultat entſpringt, ſehr klein iſt. Eben ſo habe ich auch die Fläche der Gläſer als eben betrachtet. Letzlich mache ich auch von dieſer Theorie noch eine Anwendung, auf die Unterſuchung über die Zuverläſigkeit, mit welcher vermittelſt eines Chronometers, und eines Hadleyſchen Winkelmeſſers, die geographiſche Länge eines Orts beſtimmt werden kann.

Ich lege hiebey jenen Chronometer zum Grunde, nach der Einrichtung, wie ſolche neuerdings von den berühmten engliſchen Künſtlern Thomas Mudge und Joſiah Emery verfertiget werden, und benutze hiebey das Tagebuch, welches Se. Excell. Herr Graf von Brühl als Beſitzer eines ſolchen mit bewunderungswürdigen Fleiße und Genauigkeit von Emery verfertigten Chronometers, von dem Gang deſſelben. das Jahr 1784 hindurch, mit äußerſtem Fleiße und Sorgfalt herausgegeben hat. Aus dieſem Tagebuch ziehe ich den mittlern abgeglichten monatlichen Gang des Chronometers aus, und beſtimme hiedurch die möglichſt größte und kleinſte Deviation deſſelben, und berechne hieraus die Zuverläſigkeit, mit welcher der Chronometer die Zeit eines gewiſſen Augenblicks angeben kann.

Die Gründe, auf welche ich meine Berechnung gründe, ſind ſummariſch folgende. Da ich die größte Deviation (P) und die kleinſte (P°) des monatlichen Ganges des Chronometers weis, ſo weis ich die Gränzen, innerhalb welchen derſelbe immer bleiben muß. Iſt nun ſeine Deviation am Tage, da man mit demſelben eine Reiſe vornimmt, gleich (x), ſo kann während der Reiſe, x nicht größer als P und nicht kleiner als P° werden; es kann x = P und x = P° ſelbſt werden, und wenn die Reiſe anhaltend iſt, immer gegen einander auswechſeln. Nach dieſen Schranken beſtimme ich nun das möglichſt größte und kleinſte Abweichen der Uhr von ihrem wahren Gang, den ſie haben ſollte, und folglich hieraus die Zuverläſigkeit des angezeigten Augenblicks.

Dieſen Zeit-Augenblick, auf welchen der Beobachter in Anſehung des Ganges ſeiner Uhr gewis iſt, bringe ich nun mit jenem zuſammen, auf welchen der Beobachter in Rückſicht der wahren Zeit des Orts, deſſen Länge er finden will, gewis iſt; und leite dieſemnach die Zuverläſigkeit daraus her, mit welcher der Beobachter nach dieſer Methode die geographiſche Länge eines Orts beſtimmen kann, und benutze hiezu die Beobachtungen, welche in dieſer Abſicht von Se. Excell. Herrn Grafen von Brühl, und Herrn von Zach zu Brüſſel angeſtellt worden ſind.

Dies wäre nun alles, was ich über dieſe Photometriſche Unterſuchungen vor diesmal zu ſagen für nöthig hielt. Ich habe ähnliche Uuterſuchungen auch bereits angeſtellt, über die Deutlichkeit, mit welcher wir Gegenſtände am Himmel vermittelſt Herſchelſcher Reflectoren von 5 Fuß bis 40 Fuß bey der ſtärkſten Vergrößerung derſelben beobachten können, auch habe hiebey Rückſicht auf den Diffuſionsraum der Strahlen im Auge genommen, und ich hoffe dieſe Theorie auch noch zu erſtrecken auf Unterſuchungen über die Zuverläſigkeit, mit welcher wir den Anfang und das Ende einer Sonnenfinſternis oder der Jupiters-Trabanten beobachten können. Ich bin in dieſer Arbeit ſchon ziemlich weit gekommen, und vielleicht könnte dieſelbe ſchon auf künftige Meſſe zum Vorſchein kommen, wenn mich nicht meine neue Lage, in die ich mich verſetzt ſehe, nöthiget, mein Vorhaben etwas weiter hinaus zu verſchieben.

Geſchrieben bey meiner Anweſenheit in Leipzig, den 1. Juni 1788.

Anzeige der Bedeutungen der in dieſen Unterſuchungen vorkommenden Buchſtaben-Bezeichnungen.

Es bedeutet der Buchſtabe

A. die Photometriſche Weiſe des grünen Baumblatts, und iſt beſtändig = $\frac{1}{7}$.

B. C. E. F. — — — — verſchiedener Gegenſtände am Himmel und auf der Erde.

D die Deutlichkeit, mit welcher ein Gegenſtand im Fernrohre geſehen wird.

C — — — — — zu Nacht bey Licht geſehen wird.

Z die Zuverläßigkeit, mit welcher beyde Bilder im Fernrohre bis zur ſcheinbaren Berührung können zuſammengebracht werden.

Φ der kleinſte Geſichtswinkel des Beobachters bey der Deutlichkeit 1.

b die Geſichtsferne — — — —

ω die Oeffnung des Augenſterns des Beobachters, in dem er das grüne Blatt von der Sonne beleuchtet ſiehet.

w der Abſtand der Netzhaut von der Hornhaut im Auge.

μ das Verhältnis der Berechnung in den Feuchtigkeiten des Auges iſt gleich $\frac{2}{3}$.

P der Winkel, unter welchem der Beobachter das grüne Blatt von der Sonne beleuchtet mit der Deutlichkeit 1 ſiehet.

ϱ der Winkel, unter welchem wir die Sonne } mit bloßem Auge ſehen.

λ. w. τ. l. — — — — jeden Gegenſtand } mit bloßem Auge ſehen.

r den Halbmeſſer der Eintheilung des Inſtruments.

a den Winkel, unter welchem die Axe des Fernrohrs die Centrallinie des Inſtrum. ſchneidet.

M die Vergrößerung des Fernrohrs.

m — — — der Luppe über dem Limbo.

x den Durchmeſſer des Objectivs.

Das Verhälnis.

1 : n u. 1 : m das Verhältnis, in welchem das Licht auf u. in der Maſſe der Gläſer des Fernrohrs,

1 : p — — — — — des Spiegels,

1 : d — — — — — der Reflexions-Ebene,

1 : q — — — auf der Vorderfläche des Reflexionsglaſes,

1 : n — — — — — u. Maſſe u. Hinterfläche — — —

1 : a — — — — — des Moderationsglaſes, in dem der Beobachter mit dem Fernrohr directe nach der Sonne ſiehet,

1 : x — — — — — des Moderationsglaſes, während der Beobachter nach d. Sonnenbild auf der Reflexions-Ebene ſiehet,

1 : 'u — — — in der Atmosphäre, in dem es unter 60° einfällt,

1 : u — — — — — — in dem es unter jedem Winkel einfällt

gemindert wird.

v ein Factor, mit welchem die mittlere Klarheit des Vollmond vor jede andere Elongation deſſelben multiplicirt wird.

α die Höhe der Sonne über dem Horizont bey Meſſung correſpondirender Sonnenhöhen.

e der Bogen am Himmel zwiſchen zweyen Gegenſtänden.

u der Exponent der Potenz der Function, in welcher die Deutlichkeit mit d. ſcheinb. Klarheit ſtehet.

Zu Beyſpielen wurden in dieſer Unterſuchung folgende Stücke angenommen:

Ein Inſtrument von $\frac{1}{2}$ Fuß Halbmeſſer. Das Fernrohr hat ein doppeltes Objectiv von 1 Zoll Oeffnung und 2 Oculare. Die Vergrößerung iſt 15 mal. Die Vergrößerung der Luppe über dem Limbo iſt zehnmalig. Die Lage eines Theilſtrichs auf dem Limbo und Nonio mochte auf 20 Secunden gewis ſeyn, wenn das Inſtrument auf der Ramsdſchen Maſchine getheilt iſt.

Ein Beobachter. Geſichtsſchärfe 60 Secunden. Geſichtsferne 7 Zoll. Abſtand der Netzhaut von der Hornhaut $\frac{1}{12}$ Fuß. Die Oeffnung des Sterns im Auge iſt $\frac{1}{2}$ Linie, indem der Beobachter das grüne Blatt, unter einem Winkel von 60° von der Sonne beleuchtet, betrachtet.

Reſultate, welche ſich bey dieſer Unterſuchung ergaben:

Es wurde befunden die Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter in dem Fernrohre zuſammen bringen konnte:

ein Bild	mit dem Bild	möglichſt	ein Winkel von Secunden.	die Sonne ſteht über dem Horizont	das gefärbte Glas mindert die Strahlen in dem Verhältnis
directes der Sonne	Reflectirten der Sonne.	größte kleinſte.	6″, 184. 10″, 184.	40 Grad.	27 : 1.
quaſi direct. der Sonne von der Reflex. Ebene.	Reflectirten der Sonne.	größte kleinſte	5″, 3. 9″, 3.	die Sonne über dem Horizont 40°.	20 : 9.
—	—	größte kleinſte	7″, 668. 13″, 7.	40°.	40 : 9.
directes des Monds.	Reflectirten der Sonne.	größte kleinſte	6″, 4. 10″, 4.	die Sonne 60° } über dem der Mond 40° } Horizont der Mond ſtund ab von der Sonne 60° am Himmel bey der Elongation von 90°.	18 : 15.
directes des Sterns.	Reflectirten des Monds.	größte kleinſte	29″, 4. 37″.	der Mond über dem Horizont 50° der Stern 54° der Stern ſteht vom Mond 10° Elongat. des Monds 180° paralact. Winkel des Sterns 0″,5	—
—	—	größte kleinſte	15″, 3. 23″, 3.	paralactiſcher Winkel des Sterns 1 Secunde. ſein Glanz dem Glanz der Sonne gleich wie zuvor.	—

Ferner iſt auch die Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter weis,

	ein Winkel von Secunden	bey dieſem Inſtrument.
daß jedesmal der Theilſtrich x des Nonii, genau auf dem Theilſtrich y des Limbi ſtehet.	7″, 5.	
daß die Ebene ſeiner Reflexionsſcheibe ein mathematiſches planum ſey.	39″, 6.	Die Ebene hat 6 Zoll Durchmeſſer.
daß die Ebene dieſer Scheibe horizontal ſtehe.	4″.	Die Waſſerwange 6″ Zoll Länge. Länge der Blaſe 1 $\frac{3}{4}$ Zoll.

Unterſuchung über die Zuverläßigkeit, mit welcher vermittelſt eines Hadleyſchen Octanten Winkel aufgenommen werden können.

§. 1.

Kurze Beſchreibung dieſes Inſtruments.

Unter allen Inſtrumenten, deren wir uns heut zu Tage bedienen, Winkel zu Waſſer und zu Lande aufzunehmen, gehöret wohl unſtreitig Hadleys Octant mit unter die erſten und vorzüglichſten.

Sein Gebrauch iſt der einfachſte, den man ſich nur denken kann, und die Theorie, auf welche er gegründet iſt, gibt ihm eine Genauigkeit, die von Aſtronomiſchen Inſtrumenten der gewöhnlichen Art, wenn ſie deſſen Halbmeſſer haben, nicht erwartet werden kann. Anfänglich glaubte man, Hadleys Theorie wäre nur zu Waſſer anwendbar, weil ſein Erfinder ſein Werkzeug vorzüglich hiezu beſtimmt hatte, und man hatte alle Urſache zu wünſchen, daß dieſes Inſtrument auch zu Lande möchte brauchbar gemacht werden, weil die Zuverläſſigkeit, mit welcher man Höhen-Winkel auf der See und Diſtanzen am Himmel vermittelſt deſſelben abmeſſen konnte, wirklich die gröſte iſt, die man nur immer von einem Werkzeug von der Größe, als man dieſelbe bisher zu verfertigen pflegte, verlangen kann. Die gröſte Schwierigkeit, die man bey Ausführung dieſes Wunſches vor ſich ſahe, ſchien aber immer der Horizont zu ſeyn, den man zu Lande nicht wie auf dem Waſſer haben kann; man überwand aber auch dieſe, da man ſich vor daſſelbe einen künſtlichen Horizont machte, indem man eine Glasplatte oder Steinplatte, auf das genaueſte nach einem Niveau ſtellte, oder vermittelſt eines angehängten Gewichts in horizontale Lage brachte, und das reflectirte Bild des Gegenſtandes, deſſen Höhe man am Himmel meſſen will, mit einem Fernrohre auffieng, und es lehret die Erfahrung, daß man durch dieſes Hülfsmittel in den Stand geſetzt worden iſt, Höhen-Winkel mit dieſem Inſtrumente abzumeſſen, mit einer Genauigkeit, die wirklich außerordentlich iſt, vor ein Werkzeug von der Größe, in welcher man es verfertigen kann, um es nicht zum Gebrauche unbequem und beſchwerlich, ja wohl gar unſicher zu machen.

Der Bau dieſes Inſtruments iſt ſeinen Hauptbeſtandtheilen nach, folgender in N. 1.

Es ſtellet A B C das Corpus des Inſtruments vor, das meiſtens von Meſſing verfertiget wird. Ueber demſelben befindet ſich eine meſſingne Regel A D, die bey A um das Centrum der Eintheilung auf dem Limbo e B beweglich iſt.

Auf dieſer Regel oder Alhidade ſtehet in A ein Spiegel H ſenkrecht befeſtiget, in paralleler Richtung mit der Linie AB durch das Centrum der Bewegung des Inſtruments und den Anfangspunct o der Eintheilung auf dem Limbo. An dem andern Ende dieſer Alhidade aber befindet ſich ein gekrümmter Arm angebracht, auf welchem bey J der Anfangspunct der Nonius-Abtheilung, die auf dieſen Arm gezeichnet iſt, eingezogen iſt. Auf dieſem Arm befindet ſich ferner eine Hülſe w, die vermittelſt der Schraube L mit der Hülſe K und vermittelſt derſelben mit der Vorichtung M Gemeinſchaft hat. Dieſe Vorichtung M kann vermittelſt einer Stellſchraube an den Limbum feſt gemacht werden, und gibt in dieſem Zuſtande der Alhidade einen Widerhalt ab, vermöge deſſen dieſelbe vermittelſt der Schraube L, auf dem Limbo um einen kleinen Bogen vor und rückwärts kann ſanfte beweget werden.

Stehet der Index J der Nonius-Eintheilung auf dem Punct o der Eintheilung bey B, ſo ſteht das Plan-Glas in E ſenkrecht auf die Ebene des Inſtruments, mit ſeiner Ebene dieſer Linie AB parallel. Dieſes Glas gibt eigentlich dem Inſtrument ein Reflections-Glas ab, weil Strahlen, die auf den Spiegel A fallen, und von demſelben zurück auf ſeine Ebene gehen, von demſelben nachdem Fern-Rohre T reflectirt werden.

In V iſt eine Hülſe oder Charniere angebracht, in welcher verſchiedene Faſſungen, in welchen ſich gefärbte Gläſer U von verſchiedener Dichtigkeit befinden, und um eine Axe auf und nieder beweglich ſind, und zwiſchen das Objectiv-Glas und das Reflections-Glas können gelegt werden, damit ſie das Licht, das auf das Objectiv gehen würde, mindern, und nur ſoviel in das Auge des Beobachters laſſen, als ſein Auge ertragen kann.

T iſt endlich das Fern-Rohr, in welchem die Bilder der Gegenſtände geſehen werden. Es gibt dem Inſtrument einen großen Vorzug, wenn es Achromatiſch iſt, theils, weil es mehr Helligkeit gewährt, theils weil es auch ein größeres Sehefeld überkommt.

N iſt eine Reflections-Ebene, die ſo wie der Limbus ſelbſt, und der Nonius verſilbert iſt. Dieſe Ebene kann unter jedem Winkel gegen den Limbum geneigt werden, und dienet darzu, um ein reflectirtes Licht auf die Theilung des Limbi und Nonii zu werfen, welches dem deutlichen Sehen der Theil-Striche auf denſelben ſehr zu Hülfe kömmt.

Das ganze Inſtrument wird entweder an einem Stiele, der in dem Schwer-Punct deſſelben angebracht iſt, oder auch nur an ſeinen Schenkeln mit den Fingern gehalten, und ſein Gebrauch bey Beobachtungen iſt kürzlich folgender.

§. 2.
Kurzer Gebrauch dieſes Inſtruments.

Der Gebrauch dieſes Inſtruments zu Höhenmeſſungen am Himmel iſt folgender: Es ſey in Fig. 1. S die Sonne, deren Höhe über dem Horizont αβ man meſſen will; abcd eine Glas- oder Marmorplatte, in dem Parrallelismo des Horizonts; ABC das Corpus des Octanten; A der auf demſelben ſenkrecht ſtehende Spiegel, und AJ die Linie durch das Centrum des Octanten nachdem Indice J der Nonius-Abtheilung; E ein Glastäfelchen ſenkrecht auf ABC, und U ein mit demſelben parrallel ſtehendes mit Farbe geſättigtes Glas, durch welches der Glanz der Sonnenſtrahlen gemildert wird; xy das Fernrohr, deſſen Axe parrallel mit dem Corpus des Octanten iſt, und der auf demſelben feſte und unbeweglich ſtehet. Soll das Inſtrument zum Gebrauche fertig ſeyn, ſo müſſen die Spiegel A und das Glas D aufs genaueſte mit einander parrallel ſtehen, wenn der Index J auf dem Punct o der Theilung auf dem Limbo ſtehet. Iſt dieſes einmal berichtiget, und man will die Höhe der Sonne über dem Horizonte meſſen, ſo richtet man das Fernrohr nach dem Bilde der Sonne in G, und führet den Index J von B nach C ſo lange, bis man in dem Fernrohr ein 2tes Bild der Sonne ſieht, das von dem Glaſe E auf das Objectiv des Fernrohrs kommt, und den Rand des erſten Bildes ſchneidet; ſo hat der Index auf dem Limbo den Bogen BJ durchgangen, welcher genau dem Bogen $2\alpha GS = 2EG\beta$ gleich iſt.

Ich werde künftig das Bild, welches der Beobachter in dem Fernrohr ſiehet, indem er daſſelbe nach dem Bilde G richtet, das quaſi directe Bild, das Bild aber, daß er durch die Reflexion des Lichts auf dem Glaſe E, in dem Fernrohre ſtehet, das reflectirte Bild heißen.

Will man mit dieſem Inſtrument Winkel aufnehmen, den zwey Gegenſtände A und B in Fig. 2. zu Lande, die von dem Standort nicht weit entfernt ſind, mit einander machen, ſo verfährt man alſo:

Man ſiehet directe nach dem Gegenſtande A, ſo ſchneiden die Seheſtrahlen das Glas E in dem Punct e; auf dieſen Punct muß nun auch das reflectirte Bild treffen; daß es aber darauf treffe, muß man dem Spiegel A eine ſolche Richtung geben, daß der Strahl Aa gerade nach e reflectirt wird; in dieſem Fall aber ſteht der Index J um einen Bogen Bb von dem Zero der Eintheilung entfernt. Dieſen Bogen notirt man ſich, und führet hernach den Index ſo lange fort nach C, bis der reflectirte Strahl Ae von dem Gegenſtande B, der auf den Spiegel nach der Richtung Ba trift, den Punct e trift; ſo iſt in e das reflectirte Bild von B. In dieſem Falle aber ſteht der Index in β; er hat alſo vom Anfange bis zu Ende der Operation einen Bogen $b\beta = bB + B\beta$ durchgegangen.

Es iſt aber $bB = \frac{1}{2}\, AaA'$, und $2b\beta - AaA' = AaB$; demnach iſt $AaB = 2(b\beta - bB)$.

Je größer demnach bey einem Inſtrumente die Diſtanz AF, und je näher einer von beyden Gegenſtänden iſt, deſto größer iſt auch bB, und man darf in dieſem Fall das bB nicht außer Acht laſſen, weil ſonſt alle Winkel, die man auf dem Horizont von dieſem Gegenſtande A wegen der Größe des Bogens des Octanten nehmen kann, um bB zu groß ausfallen.

§. 3
Bemerkungen über die Deutlichkeit, mit welcher wir entfernte Gegenſtände durch Fern-Röhre ſehen.

Ich hatte verſchiedene malen Gelegenheit, mit einigen Inſtrumenten dieſer Art, zu operiren, und jedesmal ſetzte mich die Genauigkeit, mit der ich ein und eben denſelben Winkel mit denſelben meſſen konnte, in Verwunderung; und um ſo mehr wünſchte ich die Größe des möglichſt größten Fehlers zu wiſſen, den ein Beobachter bey Abmeſſung eines Winkels mit demſelben in dem allerunglücklichſten Falle begehen kann, wenn nämlich alle unvermeidliche Fehler auf eine Seite fallen.

Ich habe nämlich bemerkt, daß die Zuverläſſigkeit, mit welcher wir uns von der wahren Größe eines mit einem ſolchen Werkzeug abgemeſſenen Winkels überzeigen können, ſehr genau mit der Deutlichkeit zuſammen hänge, mit welcher wir das directe und reflectirte Bild in dem Fern-Rohre ſehen können. Ich war ohnedem gerade beſchäftiget mit einer Unterſuchung über die Deutlichkeit, mit welcher wir den Mond und die Planeten bey jeder Elongation derſelben vermittelſt eines Herſchelſchen Reflectors von jeder Größe, und Vergrößerung deſſelben, zu beobachten im Stande ſind, um ſo mehr waren mir auch dieſe Gelegenheiten Anlaß, auch meine Theorie auf die Unterſuchung über die Zuverläſſigkeit, mit welchen wir Winkel mit einem Hadleyſchen Octanten meſſen können, anzuwenden, weil dieſe meiſtens, oder wenn von Horizontal-Winkeln die Rede iſt, ganz allein von der Deutlichkeit abhängt, mit der wir die Bilder der Gegenſtände im Fern-Rohr des Inſtruments ſehen können.

Ehe ich aber zu dieſer Unterſuchung ſelbſten ſchreite, werde ich noch die nöthigſten Grund-Sätze voranſchicken, auf welche ich meine Theorie über die mehr oder mindere Deutlichkeit, mit welcher wir entfernte Gegenſtände durch Fern-Röhre beobachten können, gründe; ſie ſind folgende.

1) Die Deutlichkeit, mit welcher wir einen entfernten Gegenſtand (P) durchs Fernrohr ſehen, iſt eine Function der ſcheinbaren Klarheit, unter welcher wir denſelben ſehen, und des Diffuſions-Raums der Strahlen auf der Netzhaut des Auges. Dieſen Satz zu beweiſen verfahre ich folgendermaßen:

Ich nehme an, der Gegenſtand P erſcheint unter einem Winkel ψ im Fernrohr; er ſchickt durch daſſelbe die Lichtmenge L ins Auge, und dieſe breitet ſich auf der Netzhaut des Auges in einen Raum U^2 aus.

Es ſey ferner ein anderer Gegenſtand R, den ich in der Hand halte. Dieſer Gegenſtand erſcheint mir unter dem nämlichen Winkel ψ in einer Entfernung b, ſchickt auch die Lichtmenge L ins Auge, und dieſe breitet ſich auf der Netzhaut in den Raum Q^2 aus.

Dieſen Gegenſtand ſehe ich nun mit einer Deutlichkeit J, welche die möglichſt größte iſt, mit der ich denſelben ſehen kann, wenn ich ihn von der Sonne an einem heitern Tage unter dem Winkel p beleuchten laſſe, und in dieſem Falle ſehe ich ihn auch unter der ſcheinbaren Klarheit K.

Es iſt alſo in dieſem Falle $K = \frac{L}{Q^2}$.

2) Während ich nun den Gegenſtand R mit der vollkommenſten Deutlichkeit bey dieſer Beleuchtung ſehe, liegt ſein Bild genau auf der Netzhaut des Auges, und wird auf eine uns unbekannte Art ein Motiv für die Seele, derſelben den vollkommenſten deutlichen Begriff von dieſem Gegenſtande zu machen. Jedesmal entſteht alſo eine Wirkung auf die Nerven der Netzhaut, und vermittelſt derſelben ein Eindruck auf die Seele; ſoll dieſer Eindruck nun hinlänglich ſeyn, der Seele den vollkommſten Begriff von dem Gegenſtand zu geben, von welchem die Strahlen auf die Netzhaut kommen, ſo muß dieſe Wirkung ihr gewiſſes Maaß haben, und wenn dieſes nicht iſt, und dieſe Wirkung größer oder kleiner iſt, ſo iſt auch der Eindruck größer oder kleiner, und in beyden Fällen kann die Seele keinen deutlichen Begriff von dem Gegenſtande R erhalten. Dieſer Fall ereignet ſich, wenn L um ΔL zunimmt, oder abnimmt; im erſten Fall iſt die Wirkung der Strahlen auf die Netzhaut größer als ſie ſeyn ſollte, im andern geringer; in jenem Fall ſagen wir, wir werden von dem Körper R geblendet, und in dieſem können wir ihn nicht deutlich ſehen.

Jedesmal hängt alſo die Deutlichkeit, mit welcher wir einen Gegenſtand mit bloßen Augen in der Geſichts-Nähe ſehen, von der ſcheinbaren Klarheit ab, unter welcher wir denſelben ſehen.

3) Ferner läßt ſich auch ſchließen, daß das Licht L, welches von dem entfernten Gegenſtande P durch das Fernrohr ins Auge kömmt, die nämliche Wirkung auf die Netzhaut ausüben müßte, wenn es ſich in gleichen Raum Q^2 auf derſelben ausbreiten könnte, das iſt: wenn das Bild von demſelben ebenfalls auf der Netzhaut rein und ſcharf abgeſchnitten läge, wie das Bild des Gegenſtandes R, es müßte alſo auch der Eindruck auf die Seele der nämliche ſeyn, folglich der Gegenſtand P ebenfalls mit der Deutlichkeit J im Fernrohr geſehen werden. Iſt die Lichtmenge größer oder kleiner als L, ſo müßte auch in jedem Fall die Deutlichkeit, mit welcher P wirklich geſehen wird, eben ſo weit von J verſchieden ſeyn, als die Deutlichkeit von der Deutlichkeit J verſchieden war, mit welcher unter den nämlichen Umſtänden der Gegenſtand R geſehen wurde. In dieſem Falle wäre alſo die Deutlichkeit, mit welcher ein Gegenſtand durchs

Fernrohr geſehen wird, eine Function der ſcheinbaren Klarheit allein, unter welcher er geſehen wird.

4) Dieſer Fall aber kann niemalen bey Fernröhren wirklich ſtatt finden; denn es kommen wegen der Längen-Abweichung der Strahlen nicht alle Strahlenkegel in gleichen Entfernungen auf das Auge, folglich können nicht alle ihren Vereinigungspunct auf der Netzhaut ſelbſten haben, ſondern ſie müſſen ſich auf derſelben in einen Zerſtreuungsraum ausbreiten, der um ſoviel größer iſt, je größer die Längen-Abweichung der Strahlen hinter dem letzten Oculare des Fernrohrs iſt.

Es iſt alſo in dem angeführten Falle vor einerley ψ, $Q^2 > U^2$; weil nun einerley Menge Strahlen, wenn ſie auf einen größern Raum als vorhin fallen, nicht die vorige Wirkung ausüben können, ſo kann alſo auch der Eindruck, welchen ſie auf die Seele machen, nicht ſo groß als vorhin, folglich auch die Deutlichkeit, mit welcher der Gegenſtand P im Fernrohre geſehen wird, nicht die Deutlichkeit J ſeyn.

5) Je größer demnach dieſer Diffuſionsraum auf der Netzhaut ausfällt, deſtomehr weicht auch die Deutlichkeit, mit welcher der Gegenſtand im Fernrohr geſehen wird, von der Deutlichkeit J ab, und ich ſehe den Gegenſtand P im Fernrohr bey der Klarheit K gerade ſo deutlich als wenn ich den Gegenſtand R in der Entfernung $b - \Delta b$ betrachten wollte. Das Bild fällt ſodann über die Netzhaut hinaus, und die Strahlen breiten ſich auf der Netzhaut in einen Zerſtreuungskreis.

Dieſer Kreys wird immer größer, je größer Δb iſt, und ich habe befunden, daß wenn ich einen Punct auf dem Gegenſtand R ſehe in einer Entfernung, die ich 1 heißen will, und die Dimenſion dieſes Puncts gleich 1 iſt, wenn ich denſelben in der Entfernung 1 mit der gröſten Deutlichkeit ſehe, ſo wird der Durchmeſſer 2^n und endlich gar 3^m, wenn ich ihn in der Entfernung $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ bey einerley Klarheit betrachte. Ich ſehe ihn alſo im andern Fall z mal weniger deutlich und im 3ten, h mal weniger deutlich als im erſten Fall.

6) Mit dieſen Puncten mögen nun ſo ziemlich auch die Zerſtreuungskreiſe auf der Netzhaut in Verhältnis ſtehen, und es folgt hieraus, wenn Q der Durchmeſſer des Bildes von dem Gegenſtand R iſt, während ich denſelben mit der Deutlichkeit J ſehe in der Entfernung b, ſo iſt der Durchmeſſer des Raums, in welchen ſich die Strahlen auf der Netzhaut verbreiten, wenn ich ihn in der Entfernung $b - \Delta b$ ſehe, gleich $Q + dQ$, folglich der angenommenen Baſis zufolge die Deutlichkeit, mit welcher ich den Gegenſtand P bey der Klarheit K ſehe, gleich

$$\frac{Q}{Q + dQ} \times J.$$

Hieraus folgt nun, daß wenn der Halbmeſſer des Zerſtreuungskreiſes auf der Netzhaut, der von der Längen-Abweichung der Strahlen hinter dem letzten Oculare herkommt, gleich dQ iſt, ich auch durch das Fernrohr den Gegenſtand P mit der Deutlichkeit $\frac{Q \times J}{Q + dQ}$ ſehen werde.

Es folgt ferner, daß die Deutlichkeit, mit welcher ich den Gegenſtand P in dem nämlichen Fernrohr ſehe, geringer ſeyn müſſe, als die Deutlichkeit J, wenn zu einer andern Zeit weniger Licht von demſelben ins Auge kommt, das iſt, ich ſehe zu dieſer Zeit den Gegenſtand P in dem nämlichen Fernrohr mit der Deutlichkeit $\frac{Q}{Q + dQ} \cdot (J - dJ)$;

oder wenn ich $\mathfrak{J} - d\mathfrak{J} = \mathfrak{D}$ heiße mit der Deutlichkeit $\frac{Q \times \mathfrak{D}}{Q + dQ}$, und es ſey nunmehro die ſcheinbare Klarheit, unter welcher ich den Gegenſtand P im Fernrohre ſehe gleich H, alſo $H < K$.

7) Aus dieſen Betrachtungen fließt nun einmal folgendes:

Ich denke mir zwey Fernröhren von einerley Vergrößerung M.

ein gemeines A	Oeffnung des Objectis y	Längen-Abweichung hinter dem Ocular v.
ein achromatiſches B	— — — x	— — — — w.

Ferner die Deutlichkeit, mit der ich den Gegenſtand ſehen würde, wenn $v = 0$ wäre, gleich $\mathfrak{F}$.
— — — — $w = 0$ — — $\mathfrak{G}$.
ſo iſt einmal $\mathfrak{F} < \mathfrak{G}$; weil $x > y$ vermöge der Conſtruction der Fernröhren.

Weil aber weder v noch w gänzlich $= 0$ werden kann, ſo ſehe ich den Gegenſtand

mit dem Fernrohr	mit der Deutlichkeit	und es iſt	weil
A	$\frac{Q}{Q + \Delta Q} \cdot \mathfrak{F}$.	$\frac{Q\,\mathfrak{G}}{Q + dQ} \cdot > \frac{Q\,\mathfrak{F}}{Q + \Delta Q}$	$x > y$ und $v > w$; folglich auch $\Delta Q > dQ$.
B	$\frac{Q}{Q + dQ} \cdot \mathfrak{G}$.		

II. Dieſe Deutlichkeiten nun angeben zu können, kam es darauf an, zuvörderſt die äußerſten Gränzen anzugeben, innerhalb welchen noch in Fernröhren ein deutliches Sehen möglich iſt, und den Maßſtab anzunehmen, nach welchem man dieſe Deutlichkeiten meſſen wollte. Hierinnen verfahre ich nun folgendermaßen:

Ich ſuche zuerſt diejenige ſcheinbare Klarheit auf, unter welcher mir ein Gegenſtand erſcheinen darf, ohne daß er mein Auge blendet, und ich ihn mit der möglichſt größten Deutlichkeit, unter welcher ich ihn nur immer ſehen kann, wirklich ſehe, indem ich ihn in der Hand halte, während er von der Sonne beleuchtet wird.

Weil ich ferner aus der Erfahrung weis, daß ein friſches grünes Pommeranzenblatt, dem ich den Glanz benommen habe, vor mein Auge etwas beſonders wohlthuendes und angenehmes hat, ſo wollte ich ein ſolches Blatt vor den Gegenſtand wählen, nach welchem ich die möglichſt größte Klarheit meſſen wollte, unter welcher mir ein Gegenſtand erſcheinen darf, ohne mein Auge zu blenden.

Aus dieſem grünen Pommeranzenblatt nun ſchnitt ich eine Scheibe von 1 Zoll Durchmeſſer, und mußte dieſelbe unter einem Winkel von $(p') = 30$ Graden gegen die Sonne halten, wenn ich es mit der möglichſt größten Deutlichkeit ſehen wollte.

Dieſe Klarheit ſey nun die Klarheit, die ich künftig durch K anzeigen werde, und die Deutlichkeit, mit der ich das Blatt ſahe, ſoll künftig die Deutlichkeit 1 heißen, und den Maßſtab abgeben, nach welchem ich alle andere Deutlichkeiten meſſen werde.

Aus dieſem ziehe ich nun ferner folgenden Schluß:

Wenn mir ein entfernter Gegenſtand P, im Fernrohr unter der ſcheinbaren Klarheit K erſcheint, ſo ſehe ich ihn auch mit der Deutlichkeit 1, wenn der Diffuſionsraum der Strahlen im Auge $= 0$ ſeyn könnte. Wirklich ſehe ich ihn aber in dieſem Falle mit der Deutlichkeit $\frac{Q \times 1.}{Q + dQ} = \mathfrak{Z}$.

1) Dieſe Deutlichkeit iſt alſo jedesmal geringer als die Deutlichkeit 1; und um ſo viel mehr geringer, je größer dQ oder der Diffuſionsraum im Auge, folglich je größer die Längen-Abweichung der Strahlen hinter dem letzten Ocular des Fernrohrs iſt.

Der Unterſchied zwiſchen beyden wäre alſo in dieſem Fall $1 - \mathfrak{Z} = \Delta. 1.$ je größer alſo $\mathfrak{Z}$ iſt, deſtomehr nähert ſich dieſelbe der Deutlichkeit 1, ja ſie kann ſich derſelben in gewiſſen Fällen ſo weit nähern, daß der Unterſchied $\Delta. 1.$ von dem Auge gar nicht mehr bemerkt werden kann; und dies iſt der Fall, nach den von mir angeſtellten Verſuchen, wenn $\Delta 1.$ nicht größer als $\frac{1}{10000}$ iſt. Hieraus beſtimme ich auch den Werth, den dQ vor ein jedes Q haben darf, wenn der Gegenſtand P im Fernrohr mit der gröſtmöglichſten Deutlichkeit, die ein Fernrohr gewähren kann, geſehen werden ſoll, und verfahre hiebey alſo:

2) Ich heiße ψ den Winkel, unter welchem ich einen Ring auf dem grünen Blatte in der Entfernung b, mit der Deutlichkeit 1 ſehe, und ſage wie bisher, Q ſey der Durchmeſſer des Bildes von demſelben auf der Netzhaut. Nun ſey der Winkel $\psi + d\psi$ derjenige Winkel, unter welchem ich den nämlichen Ring noch in der Entfernung $b - db$ ſehen darf, ohne daß ich ihn mit einer Deutlichkeit ſehe, die vor mein Auge etwas merkliches von der Deutlichkeit 1 verſchieden wäre, ſo ſage ich, es iſt Q + dQ der Raum, in welchem ſich hiebey die Strahlen auf der Netzhaut verbreiten, und es darf $d\psi$ nicht größer als ungefehr $\frac{1\,\psi}{100}$ ſeyn, wenn ich den Ring noch mit der Deutlichkeit 0,9999 ſehen ſoll.

Hieraus erklärt ſich, warum ich auf einem Blatt, auf welchem eine gedruckte Schrift von Buchſtaben verſchiedener Größe iſt, die kleinſten derſelben nicht mehr deutlich ſehen kann, wenn ich die größern noch mit der größern Deutlichkeit ſehe, indem ich mein Auge dem Blatt näher bringe, oder daſſelbe weiter entferne.

3) Hievon mache nun die Anwendung auf Fernröhren, und ſage, wenn ψ der Winkel iſt, unter welchem mir ein Gegenſtand P im Fernrohr erſcheint, den ich mit der Klarheit K in demſelben ſehe, ſo iſt Q + dQ der Durchmeſſer des Bildes deſſelben auf der Netzhaut, und wenn dQ nicht größer iſt, als der Durchmeſſer eines Bildes auf der Netzhaut von einem Gegenſtand, den ich unter dem Winkel $d\psi$ ſehe, ſo werde ich auch den Gegenſtand P im Fernrohr mit der Deutlichkeit 0,9999 ſehen, die ich nach der Schärfe meiner Sinne nicht mehr von der Deutlichkeit 1 unterſcheiden kann. Je größer aber dQ von einerley Gegenſtand nach der Längen-Abweichung der Strahlen hinter dem Oculare ausfallen muß, deſto mehr wird auch die Deutlichkeit, mit welcher ich den Gegenſtand P im Fernrohr ſehe, von der Deutlichkeit 1 abweichend.

4) So verhielte ſichs alſo mit Fernröhren, in welchen wir einen Gegenſtand P mit der möglichſt größten Klarheit (K) ſehen, unter welcher wir denſelben in dem Fernrohre ſehen können.

Wären dieſe Fernröhren die Fernröhren C und D, und beyde von verſchiedener Vergrößerung, ſo verhielten ſich die Deutlichkeiten, mit welcher vermittelſt derſelben ein Gegenſtand P geſehen wird, wie

$$\frac{Q}{Q + dQ} : \frac{U}{U + dU}.$$

III. Anders aber verhält es ſich mit Fernröhren, bey denen erſtlich bey einerley Vergrößerung und Längen-Abweichung der Gegenſtand unter verſchiedener ſcheinbarer Klarheit erſcheint.

Dieſes Verhältnis anzugeben, habe ich ſehr viel Verſuche angeſtellt, und endlich folgendes befunden:

Wenn in I. 7. das Fernrohr B ſo beſchaffen iſt, daß ich einen Gegenſtand P in demſelben unter der ſcheinbaren Klarheit (K), welche die möglichſt größte iſt, unter welcher ich denſelben ſehen kann, ſehe, ſo ſehe ich ihn mit der Deutlichkeit $\frac{Q}{Q + dQ}$.

1) Iſt nun das Objectivglas deſſelben Achromatiſch, und ich decke daſſelbe ſo weit zu, daß es endlich nur die Oeffnung y hat, ſo ſehe ich den Gegenſtand P unter der geringern ſcheinbaren Klarheit H; folglich da die Deutlichkeit, mit welcher ich einen Gegenſtand in einerley Fernrohr ſehe, eine Function der ſcheinbaren Klarheit iſt, unter welcher ich denſelben ſehe, ſo ſehe ich auch den Gegenſtand nunmehro mit einer geringern Deutlichkeit als zuvor; dieſe Deutlichkeit, mit der ich den Gegenſtand P im Fernrohr ſehen müßte, wenn die Längen-Abweichung der Strahlen = o wäre, will ich nun mit D bezeichnen; ſo wäre nach den von mir vorgeſtellten Verſuchen und Vergleichungen,

die Deutlichkeit 1 zur Deutlichkeit D wie $\sqrt[16]{K} : \sqrt[16]{H}$; demnach $D = \sqrt[16]{\frac{H}{K}}$.

2) Demnach verhielten ſich die Deutlichkeiten, mit welchen der Gegenſtand P in dem nämlichen Fernrohr geſehen wird, bey verſchiedener Oeffnung deſſelben,

$$\text{wie } \frac{Q}{Q + dQ} : \frac{Q}{Q + dQ} \cdot \sqrt[16]{\frac{H}{K}}$$

3) Hieraus folgt ferner in zweyen Fernröhren, B und A, von verſchiedener Vergrößerung und Conſtruction, wovon in B der Gegenſtand P unter der ſcheinbaren Klarheit K° und in A, unter der ſcheinbaren Klarheit H geſehen wird, verhält ſich die Deutlichkeit

$$\mathfrak{G} : \mathfrak{H} = \frac{Q}{Q + dQ} \cdot \sqrt[16]{\frac{K°}{K}} : \frac{U}{U + dU} \cdot \sqrt[16]{\frac{H}{K}} \text{. in I. 7.}$$

4. Dieſes Verhältnis der Deutlichkeiten läßt ſich noch auf eine andre Art ausdrücken. Bezeichnet nämlich (t) oder (λ) den ſcheinbaren Halbmeſſer des Gegenſtandes P; ($\mathfrak{w}$) den Abſtand der Hornhaut von der Netzhaut des Auges; (μ) das Berechnungs-Verhältnis in den Feuchtigkeiten des Auges, und iſt λ und t klein,

ſo ſey die Vergrößerungskraft des Fernrohrs $\frac{A}{B}$ gleich $\frac{M}{M'}$, demnach

$Q = \mu\, \mathfrak{w} \tang M't$.

$U = \mu\, \mathfrak{w} \tang M\lambda$; und

$$\mathfrak{G} : \mathfrak{H} = \frac{\tang M\lambda}{\tang M\lambda + \tang d\psi} \cdot \sqrt[16]{\frac{K°}{K}} : \frac{\tang M't}{\tang M't + \tang \Delta\psi} \cdot \sqrt[16]{\frac{H}{K}}; \text{ oder;}$$

$$\mathfrak{G} : \mathfrak{H} = \frac{\sin M\lambda . \cos d\psi}{\sin (M\lambda + d\psi)} \cdot \sqrt[16]{\frac{K°}{K}} : \frac{\sin M't \cos \Delta\psi}{\sin (Mt + \Delta\psi)} \cdot \sqrt[16]{\frac{H}{K}}.$$

IV. Ich will nun ein vor allemal die Deutlichkeit, mit welcher ein Gegenſtand P in dem Achromatiſchen Fernrohr B geſehen wird, mit dem Buchſtaben 𝔇 bezeichnen; auch ferner annehmen, es ſey der kleinſte Geſichtswinkel (φ), unter welchem ein Beobachter auf einem Gegenſtand, den er in ſeiner Geſichtsferne b mit der möglichſt größten Deutlichkeit ſiehet, noch einen Punct von der Dimenſion α mit dieſer Deutlichkeit 1 ſiehet, dergeſtalt, daß $\alpha = b \tan \varphi$ iſt; ſo iſt einmal wie vorhin

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{Sin } M\lambda . \text{ Cos } d\psi}{\text{Sin } (M\lambda + d\psi)} . \sqrt[16]{\frac{K^{\circ}}{K}}$$

und es geben ſich für dieſen Ausdruck folgende Gränzen:

1) Iſt die Deutlichkeit, mit welcher der Gegenſtand P in dem Fernrohr B die größte, welche ſie bey der Conſtruction des Fernrohrs ſeyn kann, wenn $K^{\circ} = K$; folglich der Gegenſtand P in dem Fernrohr mit der größten Helligkeit geſehen wird, welche das Auge erleiden kann.

2) Iſt die Deutlichkeit, mit welcher der Gegenſtand P im Fernrohr geſehen wird, die möglichſt größte, wenn der Gegenſtand im Fernrohr nicht nur mit der größten Helligkeit geſehen wird, ſondern auch die Längen-Abweichung der Strahlen bey dieſem Fernrohr die kleinſte iſt, welche ſie ſeyn kann; denn in dieſem Fall bekommt $d\psi$ ſeinen kleinſten Werth.

3) Iſt die Deutlichkeit, mit welcher der Gegenſtand P im Fernrohr geſehen wird, die möglichſt kleinſte, welche ſie ſeyn kann, wenn K° von K ſehr weit verſchieden iſt, ja ſie iſt, meinen angeſtellten Verſuchen gemäß, endlich $= 0$, wenn K°, 5000 mal geringer iſt, als die ſcheinbare Klarheit, mit der ich einen Gegenſtand bey der Erleuchtung eines Lichts in 1 Fuß ſehe.

V. Jeder von dieſen Sätzen aber leidet noch eine Beſchränkung, in ſofern der Winkel $M\lambda$ kleiner als φ iſt.

Es iſt nämlich nach IV, der Winkel φ der kleinſte, unter welchem ich auf dem grünen Blatt einen Punct α von der Größe $b \tan \varphi$ noch mit der Deutlichkeit 1 erkennen kann. Dieſer Punct macht alſo einen gewiſſen Eindruck auf die Seele, der durch die Wirkung der von ihm ausgehenden und auf der Netzhaut ſich wieder vereinigenden Strahlenkegel, hervorgebracht wird. Dieſe Wirkung iſt alſo die möglichſt kleinſte, bey welcher noch vor den Punct α ein vollkommenſtes deutliches Sehen hervorgebracht werden kann. Iſt α' ein ähnlicher Punct auf dem grünen Blatte, aber $\alpha' < \alpha$, ſo iſt das Moment der Wirkung, welche die auf die Netzhaut von demſelben kommende Strahlen auf dieſelbe ausüben, auch in dem Verhältnis $\frac{\alpha'}{\alpha}$ kleiner, folglich auch der Eindruck auf die Seele, ſich dieſen Punct vorſtellig zu machen; wäre der Winkel, unter welchem dieſer Punct in der Entfernung b im Auge erſcheint φ', ſo wäre dieſem zufolge, während der Punct α mit der Deutlichkeit 1 geſehen wird, die Deutlichkeit, mit welcher der Punct α' in dem nämlichen Augenblick geſehen wird gleich $\frac{\varphi'}{\varphi} . \times 1$.

Eben ſo verhält es ſich nun auch mit Fernröhren. Wenn der Winkel λ, unter welchem der Gegenſtand P mit bloßem Auge erſcheint, außerordentlich klein iſt, ſo daß ſelbſt der Winkel $M\lambda$, unter welchem er im Fernrohr geſehen wird, noch kleiner als der Winkel φ iſt, ſo iſt in dieſem einzigen Fall auch die Deutlichkeit, mit welcher dieſer Gegenſtand im Fernrohr geſehen wird,

$$\text{gleich } \frac{M\lambda.}{\varphi} \; \frac{M\lambda.\ \mathrm{Cos}\ d\psi}{M\lambda + d\psi} \sqrt[16]{\frac{K^{\circ}}{K}} = \frac{M\lambda.\ \mathrm{Cos}\ d\psi}{\varphi.(M\lambda + d\psi)} \sqrt[16]{\frac{K^{\circ}}{K}}$$

und $M\lambda$ kann wirklich ſo klein ſeyn, daß die Wirkung der von demſelben auf die Netzhaut kommenden Strahlen ſo geringe iſt, daß er ſelbſt in dem Fernrohr kaum mehr geſehen werden kann.

Dieſe Formel findet alſo nur ihre Anwendung ſo lange $M\lambda < \varphi$ iſt; denn ſobald $M\lambda = \varphi$ iſt, ſo kann der Gegenſtand mit der Deutlichkeit $\frac{\mathrm{Sin}\ M\lambda.\ \mathrm{Cos}\ d\psi}{\mathrm{Sin}\ (M\lambda + d\psi)} \sqrt[16]{\frac{K^{\circ}}{K.}}$ im Fernrohr geſehen werden.

Dies wären alſo die Gründe, nach welchen ich die Deutlichkeit, mit welcher Gegenſtände in dem Fernrohr eines Hadleyſchen Winkelmeſſers geſehen werden können, aufſuchen werde. Ich werde aber bey den Berechnungen $d\psi = o$ ſetzen, weil ich voraus ſetze, das Objectivglas des Fernrohrs ſey Achromatiſch, und die Oeffnung der Oculare bey einem Inſtrument von der Größe, in welcher dieſelbe verfertiget werden, nicht groß, folglich die Längenabweichung der Strahlen, und dieſem zufolge auch $d\psi = \frac{dQ}{\mu w}$ immer nur ſehr klein iſt. Dieſemnach bleibt der Ausdruck für dieſe Deutlichkeit, oder

$$\mathfrak{D} = \sqrt[16]{\frac{K^{\circ}}{K}}.$$

Dieſe Deutlichkeit aber, mit welcher beyde Bilder im Fernrohre dieſes Inſtruments zu gleicher Zeit geſehen werden, iſt niemalen gleich, weil die Klarheit des reflectirten Bildes jeder Zeit geringer iſt, indem das Licht auf verſchiedene Ebenen ſchief auffallen muß, ehe es auf das Objectiv kommt. Iſt nun die Klarheit des Reflectirten gleich K', die Klarheit des Directen gleich K°, ſo verhält ſich die

Deutlichkeit des directen Bildes zur Deutlichkeit des reflectirten Bildes wie $\sqrt[16]{\frac{K^{\circ}}{K}} : \sqrt[16]{\frac{K'}{K}}$ vor mein Auge.

§. 4.

Betrachtungen über die Zuverläſigkeit, mit welcher beyde Bilder im Fernrohr bis zur ſcheinbaren Berührung zuſammen gebracht werden können.

Ich lege hiebey den Fundamentalſatz zum Grunde, die Zuverläſigkeit, mit welcher die beyden Bilder im Fernrohr bis zur ſcheinbaren Berührung zuſammen gebracht werden können, ſey eine Function der Deutlichkeit, mit welcher dieſe Bilder im Fernrohr geſehen werden. Ich verſtehe aber unter dieſer Zuverläſigkeit, den kleinen Winkel, auf welchen der Beobachter in jedem Falle gewis iſt, daß er die Bilder wirklich bis zur ſcheinbaren Berührung zuſammen gebracht hat.

Dieſe Function nun zu entwickeln verfahre ich alſo:

I. Ich denke mir auf dem grünen Blatte zwey Puncte α und β, die ich unter der ſcheinbaren Klarheit K mit der Deutlichkeit 1 ſehe. Dieſe 2 Puncte bringe ich ſo nahe zuſammen,

daß ſie endlich nur um b tang $\varphi = \delta$ in §. 3. IV von einander abſtehen, und ſage, ich ſehe dieſen Abſtand δ der Puncte noch mit der gröſten Zuverläſſigkeit, weil ich die Puncte α und β ſelbſt mit der gröſten Deutlichkeit, rein und ſcharf abgeſchnitten ſehe, und δ nicht kleiner iſt, als ein Punct, von welchem bey der Dichtigkeit K der Strahlen auf der Netzhaut, noch eine Wirkung auf die Netzhaut hervorgebracht werden kann, die vermögend iſt, einen Eindruck (ε) auf die Seele zu machen, durch welchen ſich dieſelbe von dieſem Punct einen vollſtändigen Begriff machen kann.

II. Bediene ich mich eines Vergrößerungsglaſes, das mir jeden Punct M mal vergrößert, ſo ſehe ich auch auf dem Blatte einen Punct von der Dimenſion $\frac{1}{M}\delta$, folglich bin ich auch noch mit der größten Zuverläßigkeit in Anſehung des Abſtandes der 2 Puncte α und β gewis, wenn dieſelbe in der Entfernung $\frac{1}{M}\delta$ von einander abſtehen, und ich dieſelbe mit dieſem Glaſe betrachte.

War nun im erſtern Fall der Winkel, auf welchen ich in Anſehung des wahren Abſtandes dieſer 2 Puncte gewis war, während ich dieſelbe mit bloßem Auge betrachte, gleich φ, ſo iſt im andern Fall der Winkel, auf welchen ich gewis bin, daß die Puncte von einander abſtehen, gleich $\frac{1}{M}\varphi$, das iſt, ich würde in der Entfernung b einen Punct von der Dimenſion $\frac{1}{M}\delta$ noch mit der Deutlichkeit 1 ſehen, wenn mein Geſicht M mal ſchärfer wäre.

Hieraus ſchließe ich, wenn auf dem grünen Blatte der Punct $\frac{1}{M}\delta$ der kleinſte Punct iſt, den ich mit der Deutlichkeit 1 noch ſehen kann, ſo wird auch auf dem Bilde im Fernrohre, wenn daſſelbe M mal vergrößert, der Punct $\frac{1}{M}\delta$ derjenige ſeyn, den ich gerade noch mit der Deutlichkeit 1 ſehen kann.

Iſt die Klarheit dieſes Bildes durchaus gleich, ſo iſt auch die Lage dieſes Punctes willkührlich. Sind demnach 2 Puncte auf dieſem Bilde ſehr nahe beyſammen, ſo dürfen ſie nicht näher als um $\frac{1}{M}\delta$ beyſammen ſeyn, wenn ich in Rückſicht ihres wahren Abſtandes noch bis auf den Winkel $\frac{1}{M}\varphi$ gewis ſeyn ſoll, im Fall es möglich wäre, ſie mit der Deutlichkeit 1 im Fernrohr zu ſehen.

III. Nun ſey ferner zu einer andern Zeit die ſcheinbare Klarheit, unter welcher ich das grüne Blatt ſehe, gleich N und N $\prec$ K, und die Deutlichkeit, mit der ich es ſehe, gleich W; W alſo kleiner als 1, weil N $\prec$ K iſt. Die Puncte α und β ſtehen auf dem Blatte nunmehro in der Entfernung d von einander, und es iſt d gleich der Dimenſion eines Punctes, von welchem Strahlen, die auf die Netzhaut kommen, auf der Netzhaut eine Wirkung hervor bringen, die vermögend iſt, der Seele ein Motiv (ε)° abzugeben, das dem Motiv ε am nächſten kommt. Beyde Puncte ſind alſo in ihrer Art minima. Wären beyde Puncte δ und d gleich groß, ſo würde die Wirkung, welche Strahlen, die von denſelben auf die Netzhaut kommen, auf derſel-

ben hervor bringen, ungleich ſeyn, und die Wirkung von d kleiner als von δ ſeyn, weil die Dichtigkeit der Strahlen des Puncts d geringer als die Dichtigkeit der Strahlen des Puncts δ iſt, dergeſtalt, daß jener nur mit der Deutlichkeit W, dieſer aber mit der größten Deutlichkeit 1 geſehen werden kann. Dieſem zufolge müßten alſo auch die Motive ϵ und ϵ° auf die Seele ungleich ſeyn.

Auf was Art nun die auf die Netzhaut fallenden Strahlen ein Motiv vor die Seele abgeben können, ſich einen mehr oder minder reinen Begriff von den Gegenſtänden zu machen, von welchen die Strahlen auf die Netzhaut kommen, iſt uns ein Geheimnis, und wir ſagen hiebey, wir haben einen mehr oder minder reinen Begriff von einem Gegenſtande, den wir mit Augen ſehen, je mehr oder minder deutlich wir ihn ſehen. Dieſer Begriff iſt alſo nach dem Grad der Helligkeit verſchieden, mit der wir ein und eben denſelben Gegenſtand zu verſchiedenen Zeiten ſehen, weil die Deutlichkeit eine Function dieſer Helligkeit iſt, vor einerley Entfernung.

Wir wiſſen ferner aus der Erfahrung, daß ein Punct δ, den wir mit einer Deutlichkeit ſehen, welche die möglichſt größte iſt, unter welcher wir denſelben ſehen, kleiner ſeyn kann, als ein Punct d, den wir mit minderer Deutlichkeit ſehen, wenn wir uns von einem wie von dem andern einen ziemlich gleichen reinen Begriff machen ſollen; und nach dieſer Erfahrung leite ich die Hypotheſe ein, daß ſeyn möchte $\delta \times 1 : d \times W = \epsilon : \epsilon'$; das iſt, der mehr oder mindere reine Begriff, den wir uns von 2 ſehr kleinen Puncten machen können, ſey in Verhältnis der Größe dieſer Puncte und der Deutlichkeit, mit der wir dieſelbe ſehen können. Soll dieſer Begriff von beyden Puncten ſo viel möglich ein und derſelbe ſeyn, ſo muß der Punct d die Größe $\frac{\delta}{W}$ haben.

Nun ſey ξ ein Winkel, unter welchem ich in b dieſen Punct d ſehe, mit der Deutlichkeit W, ſo verhält ſich $\delta : d = \phi : \xi$; demnach iſt auch $\xi = \frac{1}{W}\phi$, und ich ſchließe hieraus, der Winkel ξ iſt der möglichſt kleinſte, unter welchem mir zwey Puncte auf dem grünen Blatte von einander abſtehen dürfen, da ich dieſelbe mit der Deutlichkeit W ſehe, wenn ich mir von ihrem Abſtand d einen ſoviel möglich, reinen und vollkommenen Begriff machen ſoll. Ich bin alſo in dieſem Falle in Abſicht ihres wahren Abſtandes von einander nur bis auf den Winkel ξ gewis.

Es iſt mir niemals beygefallen, die Richtigkeit dieſer Hypotheſe zu behaupten; allein ich glaube doch, daß dieſelbe nicht gar zu weit von der Wahrheit abgehen möchte, beſonders in den Fällen, ſo weit ſie bey Fernröhren angebracht werden kann. Denn nach der Theorie, auf welche ich gegenwärtige Unterſuchungen gründe, kann W nicht klein werden; denn ſobald W unter $\frac{1}{3}$ wird, ſo hebt ſich das deutliche Sehen in Fernröhren auf, und in den meiſten Fällen bleibt W zwiſchen 1 und $\frac{1}{2}$ eingeſchloſſen.

IV. Hiervon mache nun wieder die Anwendung auf Fernröhren, und ſage, wenn W die Deutlichkeit iſt, mit welcher ich ein Bild von einem Gegenſtand P in demſelben ſehen kann, ſo iſt $\frac{1}{M}\xi$ der kleinſte Winkel, unter welchem mir ein Punct $\frac{1}{M}$ d auf demſelben erſcheinen darf.

wenn ich mir von demſelben noch einen hinlänglich reinen Begriff machen ſoll, und $\frac{1}{M}d$ iſt in dieſem Falle die Tangente dieſes Winkels ξ. Eben ſo dürfen mir auf dieſem Bilde zwey Puncte nicht näher beyſammen ſtehen, als um die Weite $\frac{1}{M}d$, wenn ich mir von ihrem Abſtand noch einen reinen Begriff machen ſoll, und wenn die Klarheit des Bildes gleichförmig iſt, ſo iſt auch die Lage dieſes Punctes willkührlich, er mag am Rande oder in der Mitte des Bildes liegen.

V. Denke ich mir ferner durch die Mitte des Fernrohrs einen ſchmalen Streiffen (O), ſenkrecht auf die Ebene des Inſtruments von der Dicke dl; und zwey Bilder T und V in dem Geſichtsfelde des Fernrohrs; das Bild T ſehe ich unter der ſcheinbaren Klarheit K° und der Deutlichkeit D; das Bild V aber unter der ſcheinbaren Klarheit H und der Deutlichkeit F; Bringe ich nun beyde Bilder zur Rechten und Linken dieſes Streiffen ſo nahe zuſammen, daß beyde Bilder nun denſelben zu berühren ſcheinen, ſo bin ich einmal in Abſicht des Bildes T nur bis auf einen Winkel γ und in Abſicht des Bildes V nur bis auf einen Winkel ξ mit Zuverſicht gewis, daß beyde Bilder zur Rechten und Linken genau den Streiffen O ſchneiden. Nimmt nun der Streiffen in meinem Auge den Winkel v ein, oder iſt dl die Tangente des Winkels v, ſo weis ich mit Zuverſicht, daß die Diametral-Puncte beyder Bilder um den Winkel $\gamma + v + \xi$ höchſtens noch von einander entfernt ſeyn können, da ich die Abſicht hatte, die Bilder an den Streiffen bis zur ſcheinbaren Berührung zu bringen. Innerhalb dieſes Winkels ſind alſo unzählich andere Winkel, auf welche ich die Bilder im Fernrohr zuſammen gebracht haben möchte, aber ich weis unter allen dieſen Winkeln das wahre Maas von keinem genau; ich weis nur ſoviel, daß ich in dem Abſtand jedes Bildes von dem Streiffen O nur um einen kleinen Winkel fehlen kann, der der nächſt kleinſte nach dem Winkel γ und ξ iſt, um γ und ξ ſelbſt kann ich nicht wohl fehlen.

VI. Nehme ich ferner den Streiffen O unendlich dünne an, ſetze alſo dl und v = o, ſo folgt hieraus, daß ich in Anſehung der ſcheinbaren Berührung beyder Diametral-Puncte beyder Bilder bis auf einen Winkel $\gamma + \xi$ mit Zuverſicht gewis ſeyn könne, und nur um einen Winkel fehlen könne, der kleiner als der Winkel $\gamma + \xi$ iſt. Dieſes $\gamma + \xi$ will ich nun ein vor allemal durch den Buchſtaben $\mathfrak{Z}$ ausdrücken, und den Winkel $\mathfrak{Z}$ die Zuverläſigkeit heiſen, mit welcher ich beyde Bilder im Fernrohr bis zur ſcheinbaren Berührung zuſammen bringen kann.

Nun iſt aber der bisher vorgetragenen Theorie und der angenommenen Hypotheſe gemäs $\gamma = \frac{1}{M}\varphi : D$; und $\xi = \frac{1}{M}\varphi : F$; demnach

$$\mathfrak{Z} = \frac{\varphi}{M}. \frac{\text{Sin}\,(M\lambda + d\psi)}{\text{Sin}\,M\lambda\ \text{Cos}\,d\psi} \left(\sqrt[16]{\frac{K}{K^\circ}} + \sqrt[16]{\frac{K}{H}}\right)$$

VII. Dieſer Ausdruck leidet noch eine Abkürzung, wenn dψ ſo klein iſt, daß es = o geſetzt werden kann.

*) In dieſem Falle nun iſt $\mathfrak{Z} = \frac{\varphi}{M}\left(\sqrt[16]{\frac{K}{K^\circ}} + \sqrt[16]{\frac{K}{H}}\right)$

β) Iſt für das Bild T, $K^{\circ} = K$, ſo wird in dieſem Falle

$$\mathfrak{Z} = \frac{\varphi}{M}\left(1 + r^{16}\frac{K}{H}\right)$$

Nach dem allgemeinen Ausdruck in α werde ich nun in der Folge die Zuverläßigkeit berechnen, mit welcher der Beobachter die beyden Bilder im Fernrohre zuſammen bringen kann.

Alles kommt hiebey darauf an, die ſcheinbare Klarheit zu berechnen, unter welcher ein Theil von dem grünen Blatt, der unter dem nämlichen Winkel ψ in der Entfernung b geſehen wird, als das Bild von dem Gegenſtande P im Fernrohr unter dem Winkel ψ beobachtet wird, geſehen wird. Dieſe ſcheinbare Klarheit heiße ich allemal die möglichſt gröſte, unter welcher das Bild im Fernrohr geſehen werden konnte, ohne das Auge zu blenden.

Ferner muß auch die ſcheinbare Klarheit berechnet werden, unter welcher jedes Bild im Fernrohr zu gleicher Zeit geſehen wird.

Dieſe Berechnungen will ich alſo nunmehro vornehmen, und ſogleich mit der ſcheinbaren Klarheit K den Anfang machen.

Ich bedinge hiebey folgendes:

Es ſey der Glanz der Sonne = 1.

Die Photometriſche Weiſe des grünen Blatts.	gleich $\mathfrak{A}$	Der Optiſche Winkel der Sonne von der Erde aus geſehen.	gleich ϱ
Der Winkel, unter welchem ein Theil deſſelben in der Entfernung b erſcheint.	ψ	Der Halbmeſſer des Sterns im Auge zur Zeit der Beobachtung.	ω
Der Winkel, unter welchem die Sonne vom Scheitel ſtand.	p	Der Abſtand der Hornhaut von der Netzhaut im Auge des Beobachters.	$\mathfrak{w}$

Das Brechungsverhältnis in den Feuchtigkeiten des Auges des Beobachters gleich μ.

So iſt nun einmal nach den bekannten Photometriſchen Formeln, die Erleuchtung des grünen Blatts von der Sonne, indem es ſelbſt horizontal lag,

$$\pi \operatorname{Sin}^2 \varrho \operatorname{Cos} p.$$

Die wirkliche Klarheit des grünen Blatts, mit welcher es geſehen wird, wenn ſeine Fläche 1^2 wäre, und das Auge die Strahlen nach einer Richtung bekommt, die mit der Vertical-Linie den Winkel p macht, gleich $\mathfrak{A}. \operatorname{Sin}^2 \varrho \operatorname{Cos}^2 p.$

Die Lichtmenge, welche von dem Blatt ins Auge kommt,

$$\pi.\ \omega^2.\ \mathfrak{A}.\ \operatorname{Sin}^2.\ \varrho.\ \operatorname{Cos}^2 p.\ \operatorname{Sin}^2 \psi;$$ folglich

Die ſcheinbare Klarheit, mit welcher das grüne Blatt und jeder Theil auf demſelben geſehen wird

$$\frac{\omega^2. \mathfrak{A}.\ Sin^2 \varrho.\ Cos^2 p.\ Sin^2 \psi}{\mu^2\ w^2\ tang^2 \psi} = \frac{\omega^2. \mathfrak{A}.\ Sin^2 \varrho.\ Cos^2 p.\ Cos^2 \psi}{\mu^2.\ w^2.} = K.$$

oder $\dot{u}$ K, wenn ($\dot{u}$) den Licht-Verluſt vorſtellt, welchen das Licht erleidet, indem es durch unſere Atmosphäre geht.

Conſtruction einer allgemeinen Formel, nach welcher ſich die ſcheinbare Klarheit berechnen läßt, mit welcher das directe und reflectirte Bild im Fernrohr geſehen werden kann.

Nachdem ich nun den Maßſtab berichtiget, nach welchem ich alle andere ſcheinbare Klarheiten meſſen werde, ſo will ich nunmehro auch einen allgemeinen Ausdruck conſtruiren, nach welchem man, in jedem Falle, die ſcheinbare Klarheit, unter welcher ein Gegenſtand mit dem Fernrohr des Sextanten geſehen werden kann, berechnen kann. Es bezeichne in dieſer Abſicht, der Buchſtabe

P.

„einen jeden entfernten Gegenſtand am Himmel und auf der Erde, von welchem in dem Fern„rohr des Inſtruments ein directes oder reflectirtes Bild zu ſehen möglich iſt.

Die Erleuchtung, welche dieſer Gegenſtand auf das Objectiv des Fernrohrs ſchickt, ſey	gleich	V	Das Verhältnis des auf die Fläche des Objectivs auffallenden Lichts zur Menge des Lichts, welches hinter demſelben herauskommt.	gleich	1 : n
Der Durchmeſſer des farbenloſen Objectivs des Fernrohrs		x			
Der Winkel, unter welchem der Gegenſtand P durchs Fernrohr betrachtet erſcheint.		ψ	Das Verhältnis des auf das erſte Ocular gehenden Lichts, zu der Menge des Lichts, welches auf den Stern des Auges durch das letzte Ocular kommt.		1 : m
Die Vergrößerungskraft des Fernrohrs.		M			

So iſt der Ausdruck $\frac{\dot{u}.\ n.\ m.\ x^2.\ V}{\mu^2.\ w^2\ tang\ \psi}$ ein Ausdruck, nach welchem die ſcheinbare Klarheit des Gegenſtandes P gefunden werden kann.

Conſtruction der allgemeinen Formel, nach welcher ſich die Deutlichkeit und Zuverläßigkeit berechnen läßt, mit welcher die Bilder im Fernrohre geſehen werden können.

Nun drücke auch der Buchſtabe $\mathfrak{D}$ die Deutlichkeit aus, mit welcher der Gegenſtand P im Fernrohr bey dieſer ſcheinbaren Klarheit geſehen werden kann, ſo iſt auch

$$\mathfrak{D} = \sqrt[u]{\frac{\dot{u}.\ n.\ m.\ x^2.\ V.\ \mu^2\ w^2}{\mu^2\ w^2.\ tang^2 \psi.\ \omega^2\ \mathfrak{A}.\ Sin^2 \varrho.\ Cos^2 p.\ Cos^2 \psi}} = \sqrt[u]{\frac{\dot{u}.\ n.\ m.\ x^2\ V.}{\omega^2\ \mathfrak{A}.\ Sin^2 \varrho.\ Cos^2 p.\ Sin^2 \psi.}}$$

ein Ausdruck, nach welchem man die Deutlichkeit berechnen kann, mit welcher der Gegenſtand P durchs Fernrohr geſehen wird.

Demnach auch $\mathfrak{Z} = \frac{1}{M}\,\frac{\Phi}{\mathfrak{D}}$; wird hierein der Werth von $\mathfrak{D}$ ſubſtituirt, ſo iſt

$$\frac{1}{M}\cdot\varphi\cdot r\,\frac{u\;\omega^2\;\mathfrak{A}.\;\mathrm{Sin}^2\,\varrho.\;\mathrm{Cos}^2\,p.\;\mathrm{Sin}^2\,\psi.}{u.\;n.\;m.\;x^2.\;V.}$$

ein allgemeiner Ausdruck, nach welchem man den Winkel beſtimmen kann, auf welchen man in Rückſicht des wahren Standes eines Bildes im Fernrohr, in Abſicht auf irgend einen Punct, den wir mit der nämlichen Deutlichkeit ſehen, gewis ſind.

Nach dieſem allgemeinen Ausdruck werde ich nun in der Folge die Zuverläßigkeit berechnen, mit welcher ich die Bilder im Fernrohr zuſammen bringen kann, wenn ich mit dieſem Inſtrument Winkel am Himmel oder auf der Erde meſſe.

§. 5.

Conſtruction der Formel, nach welcher die Zuverläßigkeit gefunden werden kann, mit welcher vermittelſt dieſes Inſtruments der Abſtand eines Planeten vom Monde gemeſſen werden kann.

Wenn es darauf ankommt, die Zuverläßigkeit aufzuſuchen, mit welcher wir mit dieſem Inſtrumente, Winkel abmeſſen können, ſo theile ich dieſes Geſchäffte ein in zwey Hauptabtheilungen, nämlich einmal, da Winkel gemeſſen werden, deren Ebene mit dem Horizont einen Winkel macht, der kleiner als 90° iſt; und 2tens, da Winkel gemeſſen werden, in einer Ebene, die ſenkrecht auf dem Horizonte ſteht.

In beyden Fällen wird es nun darauf ankommen, zuerſt in dem Ausdruck vor $\mathfrak{Z}$ in §. 4. ζ. den Werth von V zu entwickeln, oder die Klarheit aufzuſuchen, mit welcher jeder Gegenſtand P geſehen werden kann; und dieſes will ich nun in folgender Aufgabe zeigen.

Aufgabe:

Es ſeyen in Fig. 2. die Puncte A und B zwey Körper am Himmel. Ein Beobachter mißt mit einem Hadleyſchen Octanten ihre Entfernung AB = ε. Es fragt ſich, mit welcher Zuverläßigkeit weis der Beobachter, daß der Bogen genau ε Grade und nicht mehr oder weniger habe?

Dieſe Aufgabe aufzulöſen, ſey

Die Photometriſche Weiſe des Körpers	gleich	Der Optiſche Winkel deſſelben aus der Erde	Der Optiſche Winkel der Sonne auf demſelben.
A	$\mathfrak{B}$	t	r
B	$\mathfrak{C}$	λ	w

Der Beobachter ſiehet directe nach dem Körper A; ſo iſt einmal

die mittlere Klarheit des Körpers	gleich	die Größe der Erleuchtung, welche er ſchickt	auf das Objectiv
A	$\frac{2}{3}\,\mathfrak{B}.\ \mathrm{Sin}^2.\ r.$	$\frac{2}{3}\,\mathfrak{B}.\ \mathrm{Sin}^2\,r.\ \mathrm{Sin}^2\,t.$	
B	$\frac{2}{3}\,\mathfrak{C}.\ \mathrm{Sin}^2.\ w.$	$\frac{2}{3}\,\mathfrak{C}.\ \mathrm{Sin}^2\,w.\ \mathrm{Sin}^2\,\lambda.$	den Spiegel des Inſtruments.

Demnach die ſcheinbare Klarheit des Körpers A. nach §. 4.

$$\frac{2}{3}\,\frac{\dot{u}.\ n.\ m.\ x^2.\ \mathfrak{B}.\ Sin^2 r.\ Sin^2 t.}{\mu^2.\ w^2.\ tang^2\ M t.}\text{, und}$$

Die Zuverläßigkeit bey der Beobachtung des Körpers A.

$$\frac{1}{M.}\ \phi.\ \sqrt[u]{\frac{3\ \omega^2\ \mathfrak{A}.\ Sin^2\varrho.\ Cos^2 p.\ Sin^2 Mt.}{2.\ n.\ m.\ x^2.\ \mathfrak{B}.\ Sin^2 r.\ Sin^2 t.}}\ .\ \ddot{u}.$$

Formel vor die Deutlichkeit und Zuverläßigkeit des reflectirten Bildes im Fernrohr.

II. Anders verhält es ſich mit dem Körper B in Fig. 2.

Es kann derſelbe nicht directe im Fernrohr zu gleicher Zeit mit dem Körper A geſehen werden, ſondern ſein Licht fällt auf den Spiegel a, prellt zum Theil von demſelben zurück nach dem Planglaſe E, und der wenigſte Theil des auf daſſelbe fallenden Lichtes, geht von demſelben zurück nach dem Objective des Fernrohrs, und macht in demſelben ein reflectirtes Bild von dem Körper B.

Die Deutlichkeit, mit welcher dieſes reflectirte Bild geſehen wird, iſt auch bey einerley Klarheit des Gegenſtandes B, und Beſchaffenheit des Inſtruments eine Function des Winkels A a B, wie ich in der Folge zeigen werde. Vor jetzo ſey

der Winkel, unter welchem die Strahlen auf den Centralſpiegel fallen.	das Verhältnis der auffallenden Lichtmenge und zurückgehenden Licht-M.	auf den Central-Spiegel	gleich $1 : p.$
$a - \frac{1}{2}\varepsilon.$		auf das Glas E.	gleich $1 : q.$

So iſt einmal die Erleuchtung, welche der Körper B auf den Central-Spiegel ſchickt,

$$\frac{2}{3}\,\pi.\ \mathfrak{C}.\ Sin^2 w.\ Sin^2\lambda.\ Sin^2.\ (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon).$$

Der Strahl Ba fällt nämlich, indem der Index noch auf 0 ſteht, auf den Spiegel unter dem Winkel $Ban = 90 - A'aB$; es iſt aber, weil aq parallel mit AF, $qan = EFa$; und $Ban = 90 - A'aB = 90 - (A'aq + qaB) = 90 - (90 - EFa + qaB)$. Wird nun der Spiegel um den Winkel nau gewandt $= \frac{1}{2}qaB$, ſo iſt der Einfallswinkel des Strahls auf den Spiegel gleich $90 - (90 - EFa + qaB) + \frac{1}{2}qaB = EFa - \frac{1}{2}qaB = a - \frac{1}{2}\varepsilon.$

Die Erleuchtung des Glaſes E, gleich

$$\frac{2}{3}\,\pi\ p\ \mathfrak{C}\ Sin^2 w\ Sin^2\lambda.\ Cos^2\tfrac{1}{2}a.\ Sin^2.\ (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon).$$

Die Lichtmenge, welche auf das Objectiv kommt,

$$\frac{2}{3}\,\pi\ p\ q\ x^2\ \mathfrak{C}\ Sin^2 w\ Sin^2\lambda\ Sin^2\ (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon)\ Cos^2\tfrac{1}{2}a,\ \text{folglich}$$

Die ſcheinbare Klarheit, unter welcher der Körper B im Fernrohr geſehen wird,

$$\frac{2}{3}.\,\frac{n.\ m.\ p.\ q\ x^2\ \mathfrak{C}\ Sin^2 w\ Sin^2\lambda.\ Cos^2\tfrac{1}{2}a.\ Sin^2\ (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon).}{\mu^2.\ w^2.\ tang^2\ M\lambda.}$$

und die Deutlichkeit, mit welcher der Körper durchs Fernrohr beobachtet wird,

$$\sqrt[u]{\frac{2.\ n.\ m.\ p.\ q\ \mathfrak{C}.\ x\ \mathrm{Sin}^2 w\ \mathrm{Sin}^2 \lambda\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2} a\ \mathrm{Sin}^2 (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon).}{3.\ \omega^2\ \mathfrak{A}.\ \mathrm{Sin}^2 \varrho\ \mathrm{Cos}^2 p\ \mathrm{Sin}^2 M\lambda.\ \dot{u}.}}$$

Demnach die Zuverläßigkeit bey der Beobachtung

$$\frac{1}{M}.\ \sqrt[u]{\frac{3.\ \omega^2\ \dot{u}\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Sin}^2 \varrho\ \mathrm{Cos}^2 p\ \mathrm{Sin}^2 M\lambda.}{2.\ n\ m\ p.\ q\ \mathfrak{C}.\ x^2\ \mathrm{Sin}^2 w\ \mathrm{Sin}^2 \lambda\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2} a\ \mathrm{Sin}^2 (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon).}}$$

a. Es verhält ſich alſo die Zuverläßigkeit, mit welcher beobachtet werden kann

das directe Bild zum reflecirten Bild

$$= \sqrt[u]{\frac{\mathrm{Sin}^2 Mt}{\mathfrak{B}\ \mathrm{Sin}^2 r\ \mathrm{Sin}^2 t}} : \sqrt[u]{\frac{\mathrm{Sin}^2 M\lambda.}{p.\ q\ \mathfrak{C}.\ \mathrm{Sin}^2 w\ \mathrm{Sin}^2 \lambda\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2} a\ \mathrm{Sin}^2 (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon)}}$$

b. Könnte man $t = \lambda$ annehmen, ſo würde vor einerley Inſtrument und Beobachter ſich verhalten die Zuverläßigkeit bey der Beobachtung

des directen Bildes des reflectirten Bildes

$$= \sqrt[u]{\frac{1}{\mathfrak{B}.\ \mathrm{Sin.}^2 r.}} : \sqrt[u]{\frac{1}{p\ q\ \mathfrak{C}\ \mathrm{Sin}^2 w.\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2}.\ a\ \mathrm{Sin}^2 (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon)}}.$$

c. Der Beobachter iſt alſo in dem angeführten Fall gewis, ob die beyden Bilder im Fernrohr einander berühren bis auf einen Winkel von der Größe

$$\frac{1}{M} \varphi\ \sqrt[u]{\frac{3.\ \dot{u}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}.\ \mathrm{Sin}^2 \varrho\ \mathrm{Cos}^2 p.}{2\ n.\ m.\ x^2.}} \left(\frac{\mathrm{Sin}^2 Mt.}{\mathfrak{B}.\ \mathrm{Sin}^2 r\ \mathrm{Sin}^2 t.} \pm \frac{\mathrm{Sin}^2 M\lambda.}{p.q.\mathfrak{C}.\ \mathrm{Sin}^2 w\ \mathrm{Sin}^2 \lambda\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2} a\ \mathrm{Sin}^2 (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon)} \right)$$

d. Dieſer Winkel aber zeigt noch nicht die Zuverläſigkeit an, mit welcher ſich der Beobachter von der wahren Größe des Winkels, den beyde Körper A und B am Himmel mit einander machen, mit Gewisheit überzeugen kann.

Denn dieſe Zuverläſigkeit hängt von folgenden Stücken ab:

1) Von der Genauigkeit der Eintheilung des Limbi und Nonii des Inſtruments.

2) Von dem Parallelismo des Centralſpiegels mit dem Glaſe E in Fig. 1. Dieſes Glas E werde künftig das Reflectionsglas heißen.

3) Von dem Winkel, auf welchen der Beobachter bey der Obſervation gewis iſt, daß die beyden Bilder, nämlich das directe von A und das reflectirte von B mit ihren Rändern einander genau ſchneiden.

4) Von den Winkel, auf welchen der Beobachter gewis iſt, daß der Index des Nonii bey dem Anfang der Obſervation auf den Punct o der Eintheilung, und bey dem Ende der Obſervation auf $\frac{1}{2}\varepsilon$ Grad ſtehet.

III. Nehme ich nun an, es ſey einem Künſtler durch Glückszufall möglich geworden, einem Beobachter einen Octanten in die Hände zu liefern, deſſen Eintheilungen gänzlich ohne allen Fehler, und deſſen reflectirende Flächen genau parallel mit einander wären, ſo hängt die Zuverläſigkeit, mit welcher der Beobachter ſich von der wahren Größe des abgemeſſenen Winkels überzeugen kann, blos von ihm ſelbſten, das iſt, von der Beſchaffenheit der Feuchtigkeiten, der Empfindſamkeit der Nerven der Netzhaut ſeines Auges, auch wohl von der Laune deſſelben ab, und iſt größer oder kleiner, je nachdem er mit mehr oder mindrer Gewisheit die Bilder im Fernrohr

kann zuſammen bringen, und ſich von dem wahren Stand des Indicis auf dem Limbo überzeugen.

a. Was erſtere Gewisheit anbelangt, habe ich bereits in II. c. die Formel vor dieſelbe gegeben, in Rückſicht des andern aber bemerke folgendes: Wenn der Beobachter mit bloſem Auge den Limbum des Inſtruments betrachtet, ſo ſiehet er auf demſelben noch einen Punct von der Dimenſion b tang ψ; er kann alſo in Rückſicht des wahren Standes des Indicis oder eines Theilſtrichs x des Limbi, mit einem Theilſtrich y des Nonii, nur auf einen Theil von dieſer Größe gewis ſeyn. Iſt nun der Halbmeſſer des Werkzeugs = r, ſo iſt $\frac{b}{r}.\tan\varphi.206264$ ein Winkel in Secunden ausgedrückt, auf welchen der Beobachter in Anſehung des wahren Standes des Indicis auf dem Theilſtrich o, und des Theilſtrichs y des Nonii über dem Theilſtrich x des Limbi, gewis iſt, wenn er mit bloßem Auge nach demſelben ſiehet.

Bedienet er ſich aber eines Vergrößerungs-Glaſes, das ſeinem Auge m mal vergrößert, ſo iſt dieſer Winkel $= \frac{1}{m.}\,\frac{b}{r}.\,\varphi.\,206264.$

Demnach die Zuverläßigkeit in Anſehung des Standes

des Indicis $\frac{1}{m.}\,\frac{b}{r}\,\varphi. \;\pm\; \frac{1}{m.}\,\frac{b}{r}\,\varphi,$ und

Die Zuverläßigkeit bey der Beobachtung des Winkels A a B am Himmel

$$\frac{1}{M}\varphi.\overset{u}{r}\,\frac{3.\dot{u}\;\omega^2\mathfrak{A}\,\mathrm{Sin}^2\varrho\,\mathrm{Cos}^2p.}{2.\;\;n.\;m.\;x^2.}\left(\frac{\mathrm{Sin}^2\,Mt.}{\mathfrak{B}.\mathrm{Sin}^2r\,\mathrm{Sin}^2t}\pm\frac{\mathrm{Sin}^2\,M\lambda.}{p.q.\mathfrak{C}.\;\mathrm{Sin}^2w\,\mathrm{Sin}^2\lambda\;\mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a\,\mathrm{Sin}^2(a-\tfrac{1}{2}\varepsilon)}\right)$$

$$\pm\;\frac{(m\;\mp\;m)}{m^2.}\,\frac{b}{r}\,\varphi.$$

IV. Die Zuverläſigkeit, mit welcher ein Beobachter einen Winkel am Himmel meſſen kann, den zwey Körper, die kein eigenes Licht haben, aus der Erde geſehen, mit einander machen, hängt alſo zuſammen genommen ab:

1) Von der Photometr. Weiße der beyden himmliſchen Körper.
2) Von der Entfernung derſelben von der Sonne und der Erde bey einerley Größe derſelben.
3) Von der Geſichtsſchärfe und Beſchaffenheit des Auges des Beobachters.
4) Von der Beſchaffenheit der Maße, Parallelismo und Größe der Reflections- und Refractions-Ebenen des Werkzeugs.
5) Von der Vergrößerungskraft des Fernrohrs, Brennweite der Luppe.
6) Von dem Halbmeſſer des Limbi und der Genauigkeit der Eintheilung deſſelben und des Nonii.

V. Mißt ein Beobachter ein und eben denſelben Winkel am Himmel ab, aber mit Inſtrumenten X und Y, die zwar nach der zum Grunde gelegten Theorie, aber nach verſchiedenen Maßen gebaut ſind, ſo verhält ſich

die Zuverläßigkeit der Beobachtung mit dem Inſtrument

X.

$$\frac{1}{M.}\,\overset{u}{r}\,\frac{1}{n.\,m.\,x^2}.\left(\mathrm{Sin}^2\,Mt\;\pm\;\frac{\mathrm{Sin}^2\,M\lambda.}{p.\,q.\;\mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a\;\mathrm{Sin}^2\,(a-\tfrac{1}{2}\varepsilon)}\right)+\frac{(m\;\mp\;m)}{m^2.}\,\frac{1}{r.}$$

zur Zuverläßigkeit der Beobachtung mit dem Inſtrument
Y.

$$\frac{1}{M'}\overset{u}{r}\frac{1}{n'.\ m'.\ x'^2}\left(\mathrm{Sin}^2 M't \pm \frac{\mathrm{Sin}^2 M'\lambda.}{z'\ q'\ \mathrm{Cos}^2\frac{1}{2}a'\ \mathrm{Sin}^2\ (a'-\frac{1}{2}\varepsilon)}\right) + \frac{(m' \mp m')}{m'^2.}\ \frac{1}{r'.}$$

VI. Meſſen zwey Beobachter U und W ein und eben denſelben Winkel am Himmel, auch mit ein und eben demſelben Werkzeug, ſo verhält ſich

die Zuverläßigkeit der Beobachtung des Beobachters U. zur Zuverläßigkeit der Beobachtung des Beobachters W. $= \varphi.\ \overset{u}{r}\omega^2 \pm b\ :\ \varphi'.\ \overset{u}{r}\omega'^2 \pm b'.$

§. 6.

Formel vor die Zuverläſigkeit und Deutlichkeit, mit welcher der Abſtand eines Sterns vom Monde mit dieſem Inſtrumente gemeſſen werden kann.

Bisher iſt angenommen worden, die beyden Körper A und B, deren Abſtand am Himmel mit dieſem Inſtrumente gemeſſen worden, ſeyen Körper, die kein eigenes Licht haben. Nunmehro aber will ich annehmen, der Körper A in der Aufgabe §. 5 ſey ein Stern und ſein wirklicher Glanz gleich Σ, ſo iſt einmal die Erleuchtung, welche er auf das Objectiv des Fernrohrs ſchickt, $\pi\Sigma$. Sint; und weil nothwendig in dieſem Fall Mt $\prec$ φ ſeyn muß, ſo iſt nach §. 3. die Zuverläßigkeit bey der Beobachtung ſeines Abſtands von dem Körper B,

$$\frac{1}{M}\varphi.\overset{u}{r}\frac{3.\ \dot{u}\ \omega^2\mathfrak{A}\,\mathrm{Sin}^2\varrho\,\mathrm{Cos}^2 p.}{2.\ n.\ m.\ x^2.}\left(\frac{2\,\mathrm{Sin}^2 Mt}{3\,\Sigma\,\mathrm{Sin}^2 t}\left(\frac{\varphi}{Mt}\right)^{u.} \pm \frac{\mathrm{Sin}^2.\ M\lambda}{p.\,q.\,\mathfrak{C}\,\mathrm{Sin}^2 w\,\mathrm{Sin}^2\lambda\,\mathrm{Cos}^2\frac{1}{2}a\,\mathrm{Sin}^2(a-\frac{1}{2}\varepsilon)}\right)$$
$$+\frac{(m \mp m)}{m^2}\ \frac{b}{r}\ \varphi.$$

Einen ganz andern Werth vor die Zuverläſigkeit, mit welcher dieſer Abſtand des Körpers B am Himmel von dem Stern A mit dieſem Inſtrumente gemeſſen werden kann, würde ſich ergeben, wenn ich annehmen wollte, der Beobachter hätte directe nach dem Körper B geſehen, und auf dieſe Art in dem Fernrohr ein reflectirtes Bild von dem Stern erhalten. Denn in dieſem Falle würde die Deutlichkeit, mit welcher daſſelbe geſehen würde, wegen der zweymaligen Reflection des Lichts des Sterns auf der reflectirenden Ebene des Inſtruments, ſehr geringe, ja in manchen Fällen wohl gar = o werden. Es giebt ſich alſo auch hieraus die Regel bey Meſſung der Winkel mit dieſem Inſtrumente: jederzeit directe nach demjenigen von den beyden Gegenſtänden zu ſehen, deſſen wirkliche Klarheit geringer als die Klarheit des andern iſt.

§. 7.

Formel vor die Deutlichkeit und Zuverläſigkeit, mit welcher mit dieſem Inſtrumente der Abſtand des Monds von der Sonne gemeſſen werden kann.

Noch iſt übrig, was die Meſſungen ſolcher Winkel am Himmel, deren Neigungsebene mit dem Horizont einen Winkel macht, der kleiner als 90° iſt, betrift, auch noch zu unterſuchen,

mit welcher Zuverläſſigkeit ein Beobachter den Abſtand der Sonne von einem andern Körper, (der hier nur der Mond und etwa die Venus ſeyn kann,) an einem heitern Tage mit dieſem Inſtrumente meſſen kann.

Es ſey zu dieſem Ende in der Aufgabe §. 5, der Körper A einer dieſer beyden Körper, und der Körper B die Sonne ſelbſt, deren Glanz ich bisher immer = 1 geſetzt habe. So wäre demnach die ſcheinbare Klarheit, unter welcher dieſelbe in dem Fernrohr geſehen werden müſte, gleich

$$\frac{\mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}.\ \mathfrak{p}.\ \mathfrak{q}.\ x^2.\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a\ \mathrm{Sin}^2\,(a-\tfrac{1}{2}\varepsilon)}{\mu^2.\ \mathfrak{w}^2.\ \mathrm{tang}^2.\ M\varrho.} = W.$$

Dieſe ſcheinbare Klarheit oder Dichtigkeit der Strahlen des Sonnenbildes auf der Netzhaut des Auges aber kann gröſſer ſeyn, als daß das Auge dieſelbe ertragen konnte; den die gröſte ſcheinbare Klarheit, mit welcher wir einen Gegenſtand mit der Deutlichkeit 1 ſehen können, der uns unter dem nämlichen optiſchen Winkel $M\varrho$ in der Entfernung b erſcheint, iſt die ſcheinbare Klarheit

$$\frac{0,5425.\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}^2p.\ \mathrm{Cos}^2.\ M\varrho.}{\mu^2.\ \mathfrak{w}^2.}$$

die aber geringer ſeyn kann, als die ſcheinbare Klarheit W.

Sollen wir durch ein Fernrohr directe die Sonne beobachten können, ſo müſſen wir uns jeder Zeit eines Milderungglaſes bedienen, daß einen großen Theil des auffallenden Lichtes auf ſeiner Fläche und in ſeiner Maße zerſtreut, und nur einen ſolchen Theil α der auffallenden Licht Menge hindurch läßt, bey welcher das Auge nicht zu heftig angegriffen wird.

Sollen wir das reflectirte Bild der Sonne in dem Fernrohr noch mit der Deutlichkeit 1 ſehen, ſo muß dieſer Theil α gerade ſo groß ſeyn, daß wir das Bild unter der ſcheinbaren Klarheit

$$\frac{\dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2.\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}^2p\ \mathrm{Cos}^2.\ M\varrho.}{\mu^2.\ \mathfrak{w}^2.}\ \text{ſehen,}$$

das iſt, es muß ſeyn,

$$\alpha\ \frac{\mathfrak{n}\ \mathfrak{m}\ \mathfrak{p}\ \mathfrak{q}.\ x^2\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a\ \mathrm{Sin}^2\,(a-\tfrac{1}{2}\varepsilon)}{\mu^2\ \mathfrak{w}^2\ \mathrm{tang}^2\ M\varrho.} = \frac{\dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}^2p\ \mathrm{Cos}^2\ M\varrho.}{\mu^2.\ \mathfrak{w}^2.}$$

Der Factor α iſt in dieſem Ausdruck ſelbſt veränderlich, weil auch die Coefficienten p und q veränderlich ſind. Je kleiner ε iſt, deſto gröſſer iſt p, folglich muß auch in dieſem Falle α gröſſer ſeyn; daß iſt, das Milderungsglas, deſſen man ſich in dieſem Falle bedienet, muß mehr mit Farbe geſättiget ſeyn, daß es das auffallende Licht mehr mildert. Iſt der Winkel ε ſehr groß, ſo wird p klein, folglich muß auch α kleiner ſeyn, das iſt, man muß ſich in dieſem Falle eines Milderungsglaſes bedienen, das nicht ſo ſehr als das vorige geſättiget iſt, wenn man verlangt, das reflectirte Bild der Sonne im Fernrohr immer mit der Deutlichkeit 1 zu ſehen.

So wäre alſo der Ausdruck vor die Zuverläſſigkeit der Beobachtung in dieſem Falle folgender:

$$\frac{1}{M}\,\varphi.\left(\overset{u}{r}\,1+\overset{u}{r}\,\frac{3.\ \dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Cos}^2p.\ \mathrm{Sin}^2 Mt.}{2.\ \mathfrak{v}.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}\ x^2\ \mathfrak{B}\ \mathrm{Sin}^2r.\ \mathrm{Sin}^2t.}\right)+\frac{1}{\mathfrak{m}}\,\frac{b}{r}\,\varphi.$$

Wollen wir directe nach der Sonne mit dem Fernrohr ſehen, ſo muß die ſcheinbare Klarheit, unter welcher wir dieſelbe ſehen, nicht größer ſeyn, als die ſcheinbare Klarheit mit der wir das grüne Blatt in den angezeigten Umſtänden ſehen, daß iſt, es muß ſeyn, wenn auf den Lichtverluſt indeſſen noch nicht Rückſicht genommen wird, welchen das Licht erleidet, indem es auf die Ebene des Reflectionsglaſes E auffällt, ehe es auf das Objectivglas kommt.

$$\frac{\alpha.\ \dot{u}.\ n.\ m.\ x^2 \operatorname{Sin}^2 \varrho}{\mu^2\ w^2 \operatorname{tang}^2 M\varrho} = \frac{\dot{u}.\ \omega^2\ \mathfrak{A} \operatorname{Sin}^2 \varrho \operatorname{Cos}^2 p \operatorname{Cos}^2 M\varrho.}{\mu^2.\ w.}$$

§. 8.

Formel vor die Deutlichkeit und Zuverläſigkeit, mit welcher der Abſtand zweyer Gegenſtände auf der Erde gemeſſen wird.

Es ſeyen nunmehro in der Aufgabe §. 5. die beyden Körper A und B Gegenſtände auf der Erde; und es ſey

die Klarheit des Gegenſtandes	gleich	Höhe über dem Horizont des Beobachters	der ſcheinbare Halbmeſſer aus dem Standpunct	die Höhe der Sonne über dem Horizont zur Zeit der Beobachtung y.
A	E	$\alpha.$	γ	
B	F	$\beta.$	δ	

Auch ſey $E \prec K$, folglich ſiehet der Beobachter mit dem Fernrohr directe nach dem A; auch ſey A ſehr nahe, ſo fragt ſich nun, mit welcher Zuverläſigkeit kann der Beobachter den Winkel mit ſeinem Inſtrumente meſſen, welchen dieſe beyde Gegenſtände an ſeinem Standpunct formiren? Dieſe Frage gehörig aufzulöſen, muß das Verfahren des Beobachters bey Abmeſſung des Winkels $AaB = \varepsilon$ ſyſtematiſch verfolgt, und jedesmal die Zuverläſigkeit aufgeſucht werden, mit welcher dieſe oder jene Operation vorgenommen werden kann, wenn er überzeugt iſt, daß die reflectirenden Ebenen an ſeinem Inſtrumente genau parrallel ſtehen.

Das erſte was nun der Beobachter hiebey zu thun hat, iſt dieſes: Er ſiehet nach dem einen oder dem andern von beyden Gegenſtänden directe, und drehet die Alhidade auf dem Limbo ſo lange, biß er auch von dem nämlichen Gegenſtand ein reflectirtes Bild im Fernrohr ſiehet. Iſt dieſes, ſo hilft er mit der Stellſchraube der Alhidade ſo lange nach, bis ihm beyde Bilder entweder genau einander decken, oder mit ihren äußerſten Theilen einander berühren. In dieſer Lage ſtehe der Index um einen kleinen Bogen Bb in Fig. 2 $= + \psi = \frac{1}{2} EAa$, von dem Punct o der Eintheilung ab. Dieſen Winkel werde ich hinführo den Correctionswinkel heißen. Dieſen Correctionswinkel notirt ſich der Beobachter, und führet ſodann den Index auf dem Limbo ſo lange von b nach C, bis ihm, indem er directe nach A ſiehet, in dem Fernrohr neben dem directen Bild von A auch das reflectirte Bild von B erſcheinet. In dieſer Lage hat der Index von Anfang der Operation bis zu Ende derſelben einen Bogen $H = \psi + \tau = \frac{1}{2}\,(EaA + AaB)$ durchgegangen. Wäre der Fall geweſen, daß ſich in dem Augenblick, da der Beobachter nach dem Gegenſtande A (der hier z. E. eine Thurmſpitze ſeyn mag) directe ſahe, auch die Mitte des reflectirten Bildes in der Verticallinie durch das Bild von A in dem Fernrohre zeigte, ſo wäre dieſes eine Anzeige, daß die reflectirenden Ebenen des Spiegels und des Reflectionsglaſes gerade um den Winkel ψ, ex parrallel bey dieſem Inſtrumente wären.

Es muß alſo erſtlich die Zuverläßigkeit unterſucht werden, mit welcher ſich der Beobachter von der wahren Größe des Winkels ψ überzeugen kann, und dieſe ergibt ſich folgender Maßen:

Es iſt einmal die wirkliche Klarheit des nahen Gegenſtandes A

$$\tfrac{2}{3}\,\varepsilon.\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Cos}\,y;$$

demnach die ſcheinbare Klarheit, unter welcher derſelbe im Fernrohr geſehen wird,

$$\frac{\tfrac{2}{3}.\ \varepsilon.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}.\ x^2\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Cos}\,y.\ \mathrm{Cos}\,\alpha.\ \mathrm{Sin}^2\gamma.}{\mu^2.\ \mathfrak{w}^2.\ \mathrm{tang}^2\,M\gamma;}$$

die Deutlichkeit, mit welcher derſelbe directe geſehen wird,

$$\sqrt[u]{\frac{2.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}.\ x^2.\ E.\ \mathrm{Cos}\,y\ \mathrm{Cos}\,\alpha\ \mathrm{Sin}^2\gamma.}{3.\ \dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Cos}^2\gamma\ \mathrm{Sin}^2 M\gamma.}}$$

und die Zuverläßigkeit bey der Beobachtung der Theile auf dem Gegenſtand A.

$$\frac{1}{M.}\ \varphi.\ \sqrt[u]{\frac{3.\ \dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}.\ \mathrm{Cos}^2 p.\ \mathrm{Sin}^2 M\gamma.}{2.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}.\ x^2.\ E\ \mathrm{Cos}\,y\ \mathrm{Cos}\,\alpha\ \mathrm{Sin}^2\gamma.}}$$

Hat nun der Spiegel die Lage, daß während der Beobachter directe nach dem Gegenſtand A ſiehet, ſich zu gleicher Zeit auch ein reflectirtes Bild in dem Fernrohr neben oder über demſelben zeiget, während der Index um den Bogen ψ von dem Punct o abſtehet, ſo ſchickt einmal der Gegenſtand A auch die Erleuchtung auf den Spiegel

$$\tfrac{2}{3}\,\varepsilon.\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Sin}^2\gamma\ \mathrm{Cos}\,y\ \mathrm{Cos}\,\alpha\ \mathrm{Sin}\,(a - \tfrac{1}{2}\psi);$$

folglich auch die Lichtmenge auf die Ebene des Objectivglaſes

$$\tfrac{2}{3}\,\pi\ p\ q\ x^2\ E\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}\,y\ \mathrm{Cos}\,\alpha\ \mathrm{Sin}^2(a - \tfrac{1}{2}\psi)\ \mathrm{Sin}^2\gamma\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a.$$

Es iſt alſo die ſcheinbare Klarheit des reflectirten Bildes

$$\frac{\tfrac{2}{3}\ p\ q\ \mathfrak{n}\ \mathfrak{m}\ x^2\ E\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}\,y\ \mathrm{Cos}\,\alpha\ \mathrm{Sin}^2\gamma\ \mathrm{Sin}^2(a - \tfrac{1}{2}\psi)\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a;}{\mu^2.\ \mathfrak{w}^2.\ \mathrm{tang}^2.\ M\gamma.}$$

folglich iſt die Zuverläßigkeit, mit welcher das reflectirte Bild beobachtet werden kann,

$$\frac{1}{M}.\ \varphi.\ \sqrt[u]{\frac{3\ \dot{\mathfrak{u}}.\ \mathfrak{A}.\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Cos}^2 p.\ \mathrm{Sin}^2 M\gamma.}{2.\ p.\ q.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}.\ x^2.\ E.\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}\,y\ \mathrm{Cos}\,\alpha\ \mathrm{Sin}^2\gamma\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a\ \mathrm{Sin}^2(a - \tfrac{1}{2}\psi).}}$$

Demnach iſt der Beobachter in Rückſicht der wahren Größe des Correctionswinkels gewis, ob die Bilder genau auf, oder neben einander im Fernrohr ſtehen, und der Index genau um einen Bogen ψ von der o entfernt ſey, bis auf einen Winkel von der Größe

$$\frac{1}{M}\varphi.\sqrt[u]{\frac{3.\ \dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}.\ \mathrm{Cos}^2 p.\ \mathrm{Sin}^2 M\gamma.}{2\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}.\ x^2.\ E\ \mathrm{Cos}\,y\ \mathrm{Cos}\,\alpha\ \mathrm{Sin}^2\gamma.}}\ \left(1 + p\ q\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a\ \mathrm{Sin}^2(a - \tfrac{1}{2}\psi.)\right)$$

Eben ſo iſt auch nachhero die Zuverläßigkeit der Beobachtung des reflectirten Bildes des Gegenſtandes B.

$$\frac{1}{M}\ \varphi\ \sqrt[u]{\frac{3.\ \dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Cos}^2 p\ \mathrm{Sin}^2 M\delta.}{2.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}.\ p.\ q\ x^2\ F\ \mathrm{Sin}^2\delta\ \mathrm{Cos}\,y\ \mathrm{Cos}\,\beta\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a\ \mathrm{Sin}^2(a - \tfrac{1}{2}\varepsilon)}}$$

Demnach die Zuverläßigkeit in Rückſicht der wahren Größe des abgemeſſenen Winkels A a B; oder

$$dH = \frac{1}{M} \phi \overset{n}{r} \frac{3.\dot{u}.\omega^2 \mathfrak{A} \, Cos^2 p. \, Sec \tfrac{1}{2} a.}{2.n.m.p.q\,x^2. \, Cos\,y.} \left(\frac{Sin^2 M\delta.}{F \, Sin^2 \delta \, Cos \beta \, Sin^2 (a - \tfrac{1}{2}\psi)} \pm \frac{Sin^2 M\gamma.}{E \, Sin^2 M\gamma.} \left(Sec^2 (a - \tfrac{1}{2}\varepsilon) + p\,q. \right) \right) \pm \frac{2}{m} \frac{b}{r} \phi.$$

§. 9.

Berechnung der Zuverläßigkeit, mit welcher der Abſtand des Mondes von der Sonne mit dieſem Inſtrument gemeſſen werden kann.

Dieſe bereits angeſetzte Formeln werden hinlänglich ſeyn, die Zuverläßigkeit zu berechnen, mit welcher vermittelſt dieſes Inſtruments Winkel, deren Ebene gegen den Horizont unter 90° iſt, am Himmel und auf der Erde abgemeſſen werden können; ich könnte alſo nunmehro zu der Unterſuchung übergehen, über die Zuverläßigkeit, mit welcher Vertical- oder Höhenwinkel vermittelſt deſſelben können gemeſſen werden. Ehe ich aber dieſes vornehme, will ich noch die bisher angeſetzte Formeln mit einigen Beyſpielen erläutern, und die Zuverläßigkeit unterſuchen, mit welcher der Abſtand des Mondes von der Sonne bey Tage, und der Abſtand des Mondes von einem Stern erſter Größe, vermittelſt dieſes Inſtruments gemeſſen werden kann. Ich verfahre hiebey folgender Maßen:

Gründe zu dieſer Berechnung.

1) Um die gröſte ſcheinbare Klarheit zu finden, mit welcher mir ein Gegenſtand von gewiſſer Größe erſcheinen darf, wenn ich denſelben mit der möglichſt gröſten Deutlichkeit ſehen ſoll, hielt ich ein grünes Pomeranzenblatt, dem ich eine runde Figur von 1 Zoll Durchmeſſer gegeben, und dem ich den Glanz mit Waſſer und etwas Eſſig benommen hatte, an die Sonne, und konnte daſſelbe in einer Entfernung von 7 Zollen mit der möglichſt gröſten Deutlichkeit ſehen; das Blatt lag horizontal und die Sonnenſtrahlen fielen unter einem Winkel von 60° auf daſſelbe. Die Oeffnung des Sterns im Auge, war zur Zeit der Beobachtung $\frac{1}{2}$ Linie im Durchmeſſer, und die Richtung, nach welcher die Strahlen von dem Blatt in mein Auge kamen, machte mit der Perpendicular einen Winkel von 30°.

2) Das grüne Blatt nahm ich deswegen von 1 Zoll Durchmeſſer, weil mir bey einer 15maligen Vergrößerungskraft eines Hadleyſchen Octanten, die Sonne unter einem Winkel von 15 × 32 Minuten oder einem Winkel von 8° erſcheint, und 7. tang 8° = 0″, 979 iſt. Die Sonne ſtand zur Zeit der Beobachtung 60° über dem Horizonte; und es wird bey dieſem Stande derſelben, das von derſelben auf das grüne Blatt fallende Licht in dem Verhältnis 10000 : 5425 in der Atmosphäre geſchwächt, nach den von Hrn. Lambert angeſtellten Berechnungen.

3) Nehme ich nun den Abſtand der Hornhaut von der Netzhaut meines Auges einen Zoll groß an, und ſetze, es ſey das Verhältnis der Refraction in den Feuchtigkeiten des Auges = $\frac{2}{3}$, wie angeſtellte Verſuche von Hrn. Petit zeigen; ſo wäre alſo die ſcheinbare Klarheit, unter welcher ich das grüne Blatt, unter den angezeigten Umſtänden mit der möglichſt gröſten Deutlichkeit (1) ſehen konnte, gleich

$$\frac{0,5425 .\ 0,005^2 .\ \mathfrak{A}.\ \mathrm{Sin}^2 .\ 32'.\ \mathrm{Cos}^2\ 8.}{\frac{4}{9}.\ 0,1^2.} = \frac{0,005^2 .\ 0,2.\ \mathrm{Sin}^2\ 32'.\ \mathrm{Cos}^2 .\ 8.\ 9}{4.\ 0,1^2.} .\ 0,5425.$$

Ich habe in dieſem Ausdrucke $\mathfrak{A} = \frac{1}{5}$ angenommen, weil bey einem grünen Gegenſtand nach Hrn. Lamberts Verſuchen, unter 5 auffallenden Strahlen, nur ungefähr 1 Strahl zurück geht.

4) Ich befand ferner, daß auf dieſem grünen Blatt, ein Theil nicht kleiner als, 0,018 einer Linie ſeyn dürfe, wenn ich denſelben in der Entfernung von $\frac{7}{12}$ Fuß, unter dieſer ſcheinbaren Klarheit, mit der Deutlichkeit 1 ſehen ſollte.

Es iſt aber der Optiſche Winkel φ, unter welchem ich denſelben bey dieſen Umſtänden ſehe, gleich $0,018 : \frac{7}{12}$ Fuß $= \frac{0,018 .\ 206264}{84} = 61,8$ Secunden.

Maaße des Inſtruments, das bey dieſer Berechnung zum Grunde gelegt wird.

5) Es ſeyen ferner die Maaße des Hadleyſchen Octanten, mit welchem ich den Abſtand des Mondes von der Sonne meſſen will, folgende:

Der Halbmeſſer der Eintheilung des Limbi.	gleich $\frac{1}{2}$ Fuß.	Die Oeffnung des Achromatiſchen Objectivs	gleich $\frac{1}{12}$ Fuß
Die Vergrößerungskraft des Fernrohrs.	15	Die Anzahl der Gläſer des Objectivs	2
Die Vergrößerungskraft der Luppe.	10	Die Anzahl der Ocular-gläſer	2
		Der Lichtverluſt in jedem Glaſe.	$\frac{1}{10}$

6) Mit dieſem Inſtrumente habe ich nun den Abſtand des Mondes von der Sonne 60° gemeſſen, zu einer Zeit, da die Höhe der Sonne 60° und des Monds 40° über dem Horizonte und ſeine Elongation 90° war; es fragt ſich, mit welcher Zuverläſſigkeit weis ich, daß der Mond von der Sonne zur Zeit der Beobachtung 60° abgeſtanden hat?

Zu Auflöſung dieſer Frage bediene ich mich der Formel in §. 7.

$$\frac{1}{M}\varphi.\left(1 + \sqrt[u]{\frac{3.\ \dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Cos}^2 p.\ \mathrm{Sin}^2 Mt.}{2.\ \mathfrak{v}.\ \mathfrak{u}.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}\ x^2\ \mathfrak{B}\ \mathrm{Sin}^2 r.\ \mathrm{Sin}^2 t.\ \mathfrak{a}.}}\right) \pm \frac{1}{m}\frac{b}{r}\varphi.$$

und es iſt in derſelben ϱ der optiſche Winkel, unter welchem die Sonne geſehen wird } aus der Erde.
— r — — — — } aus dem Monde.
— t — — — der Mond } aus der Erde.

Weil nun $\varrho = t = r$ beynahe, ſo verwandelt ſich auch dieſe Formel in dieſe

$$\frac{1}{M}\varphi.\left(1 + \sqrt[u]{\frac{3.\ \dot{\mathfrak{u}}.\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Cos}^2 p\ \mathrm{Sin}^2\ Mt.}{2.\ \mathfrak{a}.\ \mathfrak{v}.\ \mathfrak{u}.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{m}.\ x^2\ \mathfrak{B}\ \mathrm{Sin}^2 t.}}\right) \pm \frac{1}{m}\frac{b}{r}\varphi.$$

Aufſuchung der Factoren dieſer Formel.

7) In dieſem Ausdrucke kommen außer den bekannten Factoren (u), (n), und (m), auch noch drey Factores (u), und (v), und (a) vor, und es iſt ihre Bedeutung folgende:

8) Der Factor a ſtellt das Verhältnis vor, in welchem die Sonnenſtrahlen vermindert werden müſſen, daß ich die Sonne durch das Milderungsglas des Fernrohrs eben ſo klar ſehen kann, als ich das grüne Blatt ſehe. Ich finde dieſen Factor beynahe = 1, wenn ε ſehr groß iſt.

9) Der Factor v hängt von der Elongation des Mondes ab. Er iſt gleich 1, wenn der Mond voll, alſo ſeine Elongation 180°; und gleich 0, wenn der Mond neu, oder ſeine Elongation = 0 iſt. Für jede andere Elongation aber hat er auch einen andern Werth, und ich will dieſen Werth aus der vom Hrn. Lambert berechneten Tabelle auch hieher ſetzen. Es iſt nemlich, wenn ich die Erleuchtung des Mondes = 1 ſetze, die

Mittlere Klarheit der Mondsgeſtalt	Bey der Elongation	Mittlere Klarheit der Mondsgeſtalt	Bey der Elongation
0	0°	0, 4244	90°
0, 0494	10	0, 4657	100
0, 0986	20	0, 5048	110
0, 1475	30	0, 5413	120
0, 1959	40	0, 5747	130
0, 2437	50	0, 6043	140
0, 2907	60	0, 6294	150
0, 3366	70	0, 6490	160
0, 3814	80	0, 6619	170
0, 4244	90	0, 6666.	180

In gegenwärtigem Falle iſt alſo v = 0, 4244, für die Elongation 90°.

10) Der Factor u zeigt das Verhältnis an, in welchem das Licht, das von einem himmliſchen Körper zu uns kommt, geſchwächt wird, indem es durch unſere Atmosphäre geht. Dieſer Factor wird niemals 0, und nur ein einzigsmal = 1 für einen Strahl, der unſere Atmosphäre gar nicht trift, ſondern horizontal über derſelben weggeht. Für einen jeden andern Strahl, der unter einem gewiſſen Winkel auf die Atmosphäre trift, bekommt dieſer Factor einen andern Werth, und dieſe Werthe ſind nach den von Hrn. Lambert angeſtellten Berechnungen folgende:

Höhe des Geſtirns	Schwächung des Lichts.	Höhe des Geſtirns	Schwächung des Lichts.
0	1.	50	0, 5009.
10	0, 0476.	60	0, 5425.
20	0, 2126.	70	0, 5692.
30	0, 3467.	80	0, 5841.
40	0, 4387.	90	0, 5889.

Im gegenwärtigen Falle wäre alſo $u = 0,2467$ für den Mond; $\dot{u} = 0,5425$ für die Sonne.

Es ſind demnach in dem Ausdruck (7) die Bedeutungen der Buchſtaben folgende:

$M = 15.$	$\omega = 0',005.$	$\varrho = 32'.$
$m = 10.$	$\mathfrak{A} = 0,2.$	$r = 32'.$
$r = 0'.5.$	$\mathfrak{B} = 0,2.$	$t = 32'.$
$x^2 = 0',007.$	$p = 30°.$	$Mt = 8°.$
$\mathfrak{n} = 0,9^2.$	$b = 0',6.$	$\dot{u} = 0,5425 = \mathfrak{u}.$
$\mathfrak{m} = 0,9^2.$	$\phi = 61'', 8.$	$\mathfrak{v} = 0,4244.$
$a = 52°.$		$\mathfrak{a} = 1$ beynahe.

Wirkliche Berechnung.

log 3	=	0,4771213.	
log ω^2	=	1,3979400	— 6.
l.Cos² p	=	19,8750612	— 20.
l. S. M²t	=	18,2871106	— 20.
		40,0372331	— 46.
	—	36,7802748	— 46.
		3,2569583	— 0.

3,2569583 : 16 = 0,2035597.

log 2	=	0,3010300.	
l. u	=	3,5399538	— 4.
l. $\mathfrak{v}$	=	3,6277754	— 4.
l. $\mathfrak{n}^2\ \mathfrak{m}^2$	=	11,6825800	— 12.
l. x²	=	1,6901960	— 6.
l. S. t²	=	15,9377395	— 20.
		36,7892748	— 46.

Dieſem Logarith. gehört zu die Zahl 1,59895.

Dieſer Berechnung zufolge wäre ich alſo bey Abmeſſung des Abſtandes des Mondes von der Sonne, zu einer Zeit, da die Sonne 60° und der Mond in ſeinem erſten Viertel 30° über dem Horizont ſtand, und am Himmel um einen Bogen von 60° von der Sonne entfernt war, mit Zuverſicht gewis, bis auf einen Winkel von $\frac{62''}{15} . (1 + 1,59895) = 10'', 4$; im Falle, daß ſich die Fehler in Anſehung des Standes des Indicis gegen einander aufgehoben, die Spiegel genau parallel ſtehen, und die Eintheilung gänzlich ohne Fehler iſt.

Es wäre demnach der möglichſt größte Fehler kleiner als ein Winkel von

$$10'', 4 + \frac{7.\ 62''}{10.\ 8.} = 17'', 7.$$

den ich mit dieſem Werkzeuge, unter dieſen Umſtänden, bey Abmeſſung dieſes Winkels begehen könnte.

der möglichſt kleinſte Fehler

$$\frac{62''}{15}\ 0,59895 = 6''.$$

den ich gar nicht vermeiden könnte.

Die Zuverläßigkeit, mit welcher der Abſtand des Monds von der Sonne gemeſſen werden kann, hängt alſo von ein und eben demſelben Beobachter und Inſtrument ab; von der Höhe der Sonne und des Mondes über dem Horizont, und der Geſtalt des Mondes zur Zeit der Beobachtung. Je höher beyde über dem Horizont ſtehen, und je größer die Elongation des Mon-

des iſt, deſto größer iſt auch die Zuverläßigkeit, mit welcher der Abſtand beyder himmliſchen Körper gemeſſen werden kann.

Der Formel N. 6 kann ſich alſo mit Zuratheziehung der Tabellen N. 9 und 10, ein Steuermann auf der See bedienen, wenn er die Zuverläßigkeit wiſſen will, mit welcher er mit ſeinem Octanten den Abſtand des Mondes von der Sonne meſſen kann, und darnach ſeine Berechnungen anſtellen, wenn er die Zuverläßigkeit herausbringen will, mit welcher er ſich von der gefundenen Länge ſeines Schiffes überzeugen kann.

Der Gebrauch derſelben iſt auch ſehr leicht und einfach für einerley Beobachter und Inſtrument. Denn wenn ich annehme, die Deutlichkeit, mit welcher ich durch das Moderationsglas im Fernrohr die Sonne ſehe, ſey beynahe immer ein und eben dieſelbe, die Sonne mag hoch oder niedrig über dem Horizonte ſtehen, ſo hängt die Zuverläßigkeit der Beobachtung nur noch von der Höhe und Geſtalt des Mondes ab, folglich iſt in dem Ausdruck

$$\sqrt[u]{\frac{3\ \omega^2\ \mathrm{Cos}^2 p.\ \mathrm{Sin}^2 Mt\ \dot{u}}{2.\ a.\ u\ v.\ n\ m\ x^2\ \mathrm{Sin}^2 t.}}$$ blos noch u, und v, veränderlich.

Setze ich ferner $\frac{3}{2}\ \frac{\omega^2\ \mathrm{Cos}^2 p.\ \mathrm{Sin}^2 Mt}{a.\ n\ m\ x^2\ \mathrm{Sin}^2 t} = A$, ſo iſt auch

$$\frac{\varphi}{M.}\left(1 \pm \sqrt[u]{A.\ \frac{1}{u\ v.}}\right)$$ ein Ausdruck, durch welchen die Zuverläßigkeit angezeigt wird, mit welcher der Beobachter beyde Bilder im Fernrohr zuſammen bringen kann.

Heißt nun die Zahl, welche dem Logarithmen $\frac{1}{u}\left(\log A - (\log u + \log v)\right)$ zugehört, B, ſo iſt auch

$$\frac{\varphi}{M.}\ (1 + B)$$ ein Ausdruck, nach welchem man den Winkel berechnen kann, auf welchen man gewis iſt, daß beyde Bilder im Fernrohr genau beyſammen ſind, und B hängt für einerley A nur noch von (v) und (u) ab; man könnte alſo gar leicht dieſe Winkel für ein jedes A in eine Tabelle bringen.

§. 10.

Berechnung der Zuverläßigkeit, mit welcher mit dieſem Inſtrumente der Abſtand eines Sterns vom Monde gemeſſen werden kann.

Eine zweyte Anwendung der bereits vorgetragenen Sätze will ich noch machen, indem ich zeige, auf was Art die Zuverläßigkeit berechnet werden kann, mit welcher ein Beobachter zu Nachts den Abſtand des Mondes von einem Stern mit dieſem Inſtrumente meſſen kann. Ich bediene mich hierzu des Ausdrucks:

$$\frac{1}{M}\varphi\sqrt[u]{\frac{\dot{u}\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ \mathrm{Sin}^2\varrho\ \mathrm{Cos}^2 p.}{n\ m\ x^2,}\left(\frac{\mathrm{Sin}^2 Mt}{u\ \mathrm{Sin}^2 t.}\left(\frac{\Phi}{Mt}\right)^u \pm \frac{3\ \mathrm{Sin}^2 M\lambda.}{2\ \dot{u}\ v\ p\ q\ \mathfrak{C}\ \mathrm{Sin}^2 w\ \mathrm{Sin}^2\lambda\ \mathrm{Cos}^2\frac{1}{2}a\ \mathrm{Sin}^2(a-\frac{1}{2}\varepsilon)}\right)}$$

$$+ C\ \frac{1}{m}\ \frac{b}{r}\ \varphi.$$

I. Ich nehme hiebey an, ein Stern, deſſen ſich der Beobachter bedienen mag, erſcheine unter einem Winkel von $\frac{1}{2}$ Secunde; er ſtehe 54° über dem Horizonte; der Mond ſtehe in einer Höhe von 50°, und ſeine Elongation ſey 170°. Sein Abſtand von dem Stern ſey ein Bogen von 10°.

Es fragt ſich

1) In wie ferne, oder auf was für einen kleinen Winkel, iſt der Beobachter bey der Beobachtung gewis, daß er in ſeinem Fernrohr das directe Bild des Sterns mit dem reflectirten Bilde des Mondes zuſammen bringen kann.

2) In wie ferne iſt er gewis, daß der Mond von dem Stern, genau um einen Bogen von 10° in dem Augenblick der Beobachtung abſtehe.

Erſtere Frage werde ich nun nach der eben angeſetzten Formel beantworten. Hat nämlich der Beobachter genau meine Geſichtsſchärfe, ſo iſt für ihn

in dieſer Formel		Auch bleibt wie vorhin	und es iſt in dieſem Fall
$\omega = 0', 005.$	$\mathfrak{A} = 0, 2.$	$x^2 = 0', 007.$	$\dot{\mathfrak{u}} = 0, 5009. = \mathfrak{u}$ beynahe.
$\varphi = 61, 8$ Sec.	$\mathfrak{C} = 0, 2.$	$c^2 = 0', 007.$	$\mathfrak{v} = 0, 6619.$
$b = \frac{7}{12}$ Fuß.	$M = 15.$	$\mathfrak{n} = \mathfrak{m} = 0, 9^2.$	$\varepsilon = 10°.$
$p = 30°.$	$m = 10.$	$\varrho = \lambda = 32. = w.$	
	$\Sigma = 1.$	$Mt = 8''.$	

a) Nun ſind aber noch die Factores (p) und (q) anzugeben. Es zeiget aber der Factor (p) das Verhältnis an, in welchem die Strahlen, welche auf den Spiegel des Inſtruments fallen, von ſeiner Ebene wieder zurück nach dem Reflectionsglas gehen. Da nun dieſes Verhältnis nach dem Winkel verſchieden iſt, unter welchem die Strahlen auf den Spiegel fallen, ſo muß auch (p) verſchiedene Werthe haben. Dieſe Werthe aber vor jeden Fall anzugeben, iſt noch immer eine Sache, die noch mehr Unterſuchung bedarf. Von Hrn. Bouguer angeſtellte Verſuche gaben (p) bald größer als 0, 5, bald kleiner, je nachdem der Einfallswinkel kleiner oder größer war; ich will alſo bey dieſen Unterſuchungen ein vor allemal den Factor (p) = 0, 5, ſetzen.

b) Was den Factor q anbelangt, ſo zeigt derſelbe das Verhältnis an, nach welchem die auf das Reflectionsglas fallende Lichtmenge gegen das Objectiv des Fernrohrs zurück geht. Dieſe Lichtmenge iſt eben ſowohl auch eine Function des Winkels, unter welchem die Strahlen auf das Glas auffallen; und ich will daſſelbe vor die Lichtmenge 1 in folgender von Hrn. Lambert berechneten Tabelle herſetzen.

Es iſt nämlich, wenn

ε.	q.	ε.	q.
10°	0, 4862	50°	0, 0337
20°	0, 1578	60°	0, 0264
30°	0, 0772	70°	0, 0225
40°	0, 0474	80°	0, 0203
		90°	0, 0199

In dieſem Falle wäre alſo vor immer, $q = 0,026$; weil die Strahlen unter dem Winkel $(90 - \frac{1}{2}\,52) = 64^\circ$ auf das Glas fallen, und es verwandelt ſich die Formel in folgende:

$$\frac{1}{M}\,\varphi.\, r\,\frac{\dot{u}\;\omega^2\,\mathfrak{A}\,\mathrm{Sin}^2\varrho\,\mathrm{Cos}^2 p}{n.\;m.\;x^2.}\left\{\left(\frac{\varphi}{Mt}\right)^{u}\frac{\mathrm{Sin}^2 Mt}{\mathrm{Sin}^2 t} \pm \frac{3\;\mathrm{Sin}^2 M\lambda.}{\mathfrak{v}.\;q.\;\mathfrak{C}.\;\mathrm{Sin}^2 w\;\mathrm{Sin}^2\lambda\,\mathrm{Cos}^2\frac{1}{2}a\;\mathrm{Sin}^2.(a-\frac{1}{2}\varepsilon)}\right\}$$

$$+\;C.\;\frac{1}{m.}\;\frac{b}{r}\;\varphi.$$

Wirkliche Berechnung:

log. $\dot{u}$	=	3,7343997	— 4.
log. ω^2	=	1,3979400	— 6.
log. $\mathfrak{A}$	=	0,3010300	— 1.
l. $\mathrm{Sin}^2\varrho$	=	15,9377396	— 20.
l. $\mathrm{Cos}^2 p.$	=	19,8750612	— 20.
		41,2461405	— 51.
log. n + l. m	=	3,8169700	— 4.
log. x^2	=	1,6901960	— 6.
		5,5071660	— 10.
		35,7389745	— 41.
log. $\left(\frac{\mathrm{Sin}^2 Mt.}{\mathrm{Sin}^2 t.}\right)$	=	4,4082266	— 0.
		40,1472011	— 41.

ferner 0,1472011 + 1616 = 0,9467001 — 1.
Dieſem Logarithmen gehört die Zahl 0,88451.
Demnach iſt $\frac{\varphi}{Mt}.0,88451 = \frac{620}{7,5}.0,88451$
$= 7,365.$

log. 3	=	0,4771213	
log. $S^2. M\lambda.$	=	18,2871106	— 20.
		18,7642319	— 20.
log. $\mathfrak{v}$	=	3,8207924	— 4.
log. q	=	1,4149733	— 3.
log. $\mathfrak{C}$	=	0,3010300	— 1.
l. $S^2. w.$ + l. $S^2\lambda$	=	31,8754792	— 40.
l. $\mathrm{Cos}^2\frac{1}{2}a$	=	19,9073204	— 20.
l. $\mathrm{Sin}^2(a-\frac{1}{2}\varepsilon)$	=	19,7282550	— 20.
		77,0478503	— 88.
		9,7163816	— 0.
		35,7389745	— 41.
		45,4553561	— 41.

ferner: 4,4553561 : 16 = 0,2784598.
Dieſem Logarithmen gehört zu die Zahl 1,8987.

Demnach iſt der Winkel, auf welchen der Beobachter gewis iſt, daß das directe Bild des Sterns genau an dem reflectirten Bild des Mondes im Fernrohr ſtehe,

gleich $\frac{62}{17}.(7,365 \pm 1,8987) = 37$ Secunden.

c) Wäre der Winkel, unter welchem der Stern erſcheint, bey einerley Glanz größer als $\frac{1}{2}$ Secunden, z. E. eine Secunde, alſo $t = 1$ Secunde, ſo wäre die Zuverläßigkeit ein Winkel von $\frac{62}{17}.(3,682 \pm 1,8987) = 23$ Secunden;

Bis auf einen Winkel von dieſer Größe wäre alſo der Beobachter in dieſem Falle gewis, daß der Stern an dem reflectirten Bilde im Fernrohr ſtehe, zu der Zeit, da der Index ſeines Inſtruments genau 8 Grade von dem Anfangspuncte abſteht.

Unterſuchung mit welcher Zuverläßigkeit ein Beobachter den wahren Stand des Indicis auf dem Limbo zu Nachte bey Licht angeben kann.

II. Es fragt ſich ferner, in wie ferne iſt der Beobachter gewis, daß der Index ſeines Inſtruments bey der Beobachtung genau 5° von dem Anfangspunct der Theilung abſteht, in dem Augenblick da er glaubt, daß ſich beyde Bilder im Fernrohr berühren.

Ich habe dieſen Winkel, auf welchen er in dieſem Stücke gewis iſt,

durch $C. \frac{1}{m} \frac{b}{r} \varphi$ ausgedrückt.

In dieſem Ausdrucke iſt alſo C noch unbekannt; und ich finde dieſes C folgendermaßen:

Da die Beobachtung zu einer ſolchen Zeit geſchieht, daß man den Stand des Indicis des Nonii auf dem Limbo nicht ohne die Beleuchtung eines Wachs- oder Unſchlittlichtes mehr ſehen kann, ſo wird es zuerſt darauf ankommen, die Gröſſe der Erleuchtung des Limbi zu beſtimmen. Ich lege hiebey den von Hrn. Lambert angeſtellten Verſuch zum Grunde, vermöge deſſen die Erleuchtung, welche ein Wachslicht unter einem Winkel ψ auf eine Ebene ſchickt, wenn ſie derſelben ſehr nahe iſt, ungefähr 2mal gröſſer iſt, als die Erleuchtung, welche dieſelbe Ebene unter dem Winkel ψ von dem Monde erhält, und ſetze die Erleuchtung der Sonne zur Erleuchtung des Mondes wie 300000 : 1. Es ſey demnach H eine ſcheinbare Klarheit, unter welcher einem Beobachter die Eintheilung auf dem Limbo in einer Entfernung β mit der Deutlichkeit 1 ſichtbar wird, wenn derſelbe von der Sonne unter dem Winkel ξ beleuchtet wird. So iſt $\frac{H}{150000}$ die ſcheinbare Klarheit, unter welchen der Beobachter den Limbum von dem Wachslichte in der Nähe beleuchtet ſiehet; demnach auch die Deutlichkeit, mit welcher er einzelne Theile auf demſelben ſiehet, zur Deutlichkeit 1, wie $\sqrt[16]{\frac{H}{150000}} : 1$; folglich iſt auch die Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter ſich von der wahren Lage der Theile auf dem Limbo, das iſt, von dem Stande des Indicis des Nonii auf einem Theilſtrich des Limbi überzeugen kann, ein Winkel von $\frac{1}{m} \frac{b}{r} \varphi . \sqrt[16]{150000}$ Secunden; wenn nämlich H = 1 geſetzt wird.

Im gegenwärtigen Falle wäre alſo der Winkel, auf welchen der Beobachter gewis iſt, daß der Index des Nonii ſeines Inſtruments, während der Beobachtung einen Bogen von 10 Graden durchgegangen,

gleich $\frac{1}{10} \cdot \frac{7}{6} \cdot 62. \sqrt[16]{150000} = 15, 23$ Secunden.

Der Beobachter bleibt alſo bey dieſer Beobachtung gewis, bis auf einen Winkel von 23 Secunden, daß der Index auf dem Limbo an ſeinem rechten Orte ſtehet; aber in Anſehung der Angabe dieſes Orts oder des Standes des Indicis auf einem Theilſtrich der Eintheilung des Limbi, bleibt er nur bis auf einen Winkel von 15, 23 Secunden gewis. Dieſem zufolge weis er nun ſoviel gewiß, daß der Abſtand des Mondes von dem Stern nicht gröſſer als $10^\circ + 23'' + 15'', 23$, und nicht kleiner als $10^\circ - (23'' + 15'', 23)$ ſeyn könne; in dem allerglücklichſten Falle aber, da ſich alle die kleinen Fehler, denen er auch bey Anwendung alles Fleiſſes und Geſchicklichkeit nicht ausweichen kann, gegen einander aufgehoben haben, mißt er dieſen Winkel bis auf $= 8''$ genau. Dieſer Winkel von $8''$, iſt alſo der möglichſt kleinſte Fehler, den er in Abmeſſung dieſes Winkels bey dieſen Umſtänden begehen kann, wenn ſein Spiegel an dem Inſtrument genau parallel mit dem Reflectionsglaſe iſt, und die Eintheilung auf dem Limbo gänzlich ohne allen Fehler wäre.

Nimmt man zwiſchen dieſen beyden Winkeln 8″ und 38″ das Mittel, ſo möchte ein Winkel 20″ der Winkel ſeyn, um welchen der Beobachter den Abſtand des Mondes von dem Sterne wirklich zu groß oder zu klein gemeſſen haben möchte.

Doch iſt dieſe Genauigkeit auf der See niemalen zu erreichen, weil man ſich auf derſelben wegen des Schwanken des Schiffes, höchſtens mit einer 4maligen Vergrößerung des Inſtruments genügen muß, um ein größeres Sehefeld zu gewinnen.

§. 11.

Conſtruction der Formel, nach welcher ſich die Zuverläßigkeit berechnen läßt, mit welcher vermittelſt dieſes Inſtruments Sonnenhöhen können genommen werden.

Aus den bisher angeſetzten Formeln und beygefügten Beyſpielen iſt alſo zu erſehen, auf was Art die Zuverläßigkeit berechnet werden kann, mit welcher Winkel am Himmel und auf der Erde, deren Neigungsebene kleiner als 90°, vermittelſt dieſes Inſtruments abgemeſſen werden können. Ich gehe alſo nunmehro zu den Verticalwinkeln über, und unterſuche die Zuverläßigkeit, mit welcher ein Beobachter nach dem in §. 2. beſchriebenen Verfahren, die Höhe eines Geſtirns am Himmel abmeſſen kann, und nehme vor den erſten Fall an, ein Beobachter will Sonnenhöhen mit dieſem Inſtrument nehmen, und frage, mit welcher Zuverläßigkeit er dieſelbe bekommen kann.

Die Beantwortung dieſer Frage hängt nun von 4 Stücken ab, nämlich:

1) Mit welcher Zuverläßigkeit kann der Beobachter die Ränder beyder Sonnenbilder im Fernrohr zuſammen bringen?

2) Mit welcher Zuverläßigkeit kann er ſich von dem wahren Stande des Indicis auf dem Limbo bey der Beobachtung überzeugen?

3) Mit welcher Zuverläßigkeit weis er, daß die Ebene a b c d in Fig. 1 ein wirkliches Planum, und

4) mit welcher Zuverläßigkeit weis er, daß die Tangente dieſer Ebene a b c d auch mit dem Horizont ſeines Orts parallel iſt?

Erſtere beyde hängen nun ab von der Deutlichkeit, mit welcher beyde Bilder im Fernrohr und der Limbus durch die Luppe geſehen werden können, und letztere beyde von der Genauigkeit, mit welcher die Spiegelplatte, oder die Marmorebene a b c d kann eben gemacht, und wann ſie eben oder gekrümmt, kann ſo geſtellt werden, daß die Tangente durch ihren höchſten Punct mit dem Horizont des Orts parallel geht.

I. Ich werde dieſe 4 Stücke nunmehro nach aller Schärffe unterſuchen, und bey dieſer Unterſuchung auch zugleich Rückſicht nehmen auf den Lichtverluſt, der entſteht, indem das Licht nach der Richtung G R auf das Reflectionsglas E trift, und durch ſeine Maſſe hindurch gehen muß, ehe es auf die Ebene des Moderationsglaſes in U gelangen kann.

a) Was alſo einmal anbelangt die Deutlichkeit, mit welcher der Beobachter beyde Bilder im Fernrohr ſehen kann, ſo hängt dieſelbe ab, bey einerley Fernrohr, von der ſcheinbaren Klarheit, unter welcher derſelbe beyde Bilder ſiehet, (wenn ich nämlich, wie in den bisherigen Unterſuchungen, den Diffuſionsraum der Strahlen im Auge, der wegen der Längenabweichung

der Gläſer des Fernrohrs entſteht, ſo klein annehme, daß er als verſchwindend betrachtet werden kann); und dieſe von der Lichtmenge, welche von jedem Bilde ins Auge kommt.

Wären die Lichtmengen gleich, ſo müſte auch die Deutlichkeit ein und eben dieſelbe ſeyn, mit welcher beyde Bilde geſehen würden, da die Strahlen auf der Netzhaut ſich in gleiche Räume verbreiten. Dieſer Fall aber iſt hier gar nicht möglich, wenn die Ebene und Weiße der Ebene a b c d ſo beſchaffen ſind, daß ſie ſo viel Licht zurückwerfen, als ein Körper zurück werfen muß, in welchem man ſein eigenes Bild noch mit ziemlicher Deutlichkeit ſiehet.

b) Dieſe Lichtmenge aber hängt, was das reflectirte Bild anbelangt, ab von dem Winkel, unter welchem die Strahlen auf die Spiegel fallen; von dem Winkel, unter welchem dieſelbe auf das Reflectionsglas treffen, indem ſie von dem Spiegel zurückgehen; von der Ebene und Dichtigkeit dieſes, und auch des Moderationsglaſes, bey einerley Fernrohr und Inſtrument.

Was das quaſi directe Bild anbelangt, ſo hängt die Lichtmenge, welche von dem Bilde auf der Ebene a b c d auf das Objectivglas kommt, ab, von der Ebene und der photometriſchen Weiße der Ebene a b c d; von dem Winkel, unter welchem die Strahlen auf das Reflectionsglas treffen; von der Ebene und Dichtigkeit dieſes und auch des Moderationsglaſes.

Bey beyden Bildern hat alſo der Winkel, unter welchem die Strahlen auf die Reflections- und Refractions-Ebenen fallen, Einfluß auf die Deutlichkeit, mit welcher die Bilder im Fernrohr geſehen werden können, die jedesmalige Größe aber dieſer Winkel finde ich folgendermaßen:

Unterſuchung über die Winkel, unter welchen die Strahlen auf die Reflectionsebenen des Inſtruments fallen.

c) Es ſey in Fig. 3. a b c das Inſtrument, in der Verticalebene durch den Strahl S a und O R, dergeſtalt befindlich, daß eine Linie p b durch den Mittelpunct der Bewegung a, und den Anfangspunct b der Eintheilung des Limbi, ſenkrecht auf dem Horizont ſtehe. In dieſem Stande des Inſtruments fällt der Strahl S a auf das Element a des Spiegels, unter dem Winkel $paS = 90 - haS$ auf.

Wird das Inſtrument innerhalb der Verticalebene, um den Winkel $fau = hfe = 90 - efa$, gewandt, ſo ſteht das Fernrohr mit dem Horizonte parallel in der Linie u k; kommt aber das Inſtrument in die Lage C a B, ſo fällt der Strahl O R auch zugleich in die Axe des Fernrohrs, und die Ebene des Spiegels hat ſich nun um einen Winkel $paP = hfe + haS = 90 - a + \alpha$ aus der Richtung bp in die Richtung PB begeben, und der Strahl S a fällt nunmehro unter dem Winkel $SaP = 90 - HaS = 90 - (90 - a + 2\alpha)$ auf den Spiegel, und bricht ſich von demſelben in die Richtung a m, und es iſt $Bam = PaS$, und $maH = HaS$.

Soll nun der Strahl S a nach dem Element e des Reflexionsglaſes geworfen werden, ſo muß der Spiegel auch um den Winkel PaU gewandt werden, ſo daß $SaU = naE$ oder $taS = taC$ wird, ſo iſt demnach der Einfallswinkel des Strahls auf den Spiegel, der Winkel $SaU = 90 - taS$.

Nun iſt aber $taS = \frac{HaS + HaC}{2}$; und $HaS = 90 - a + 2\alpha$; $HaC = 90 - CaB$;

alſo $SaU = 90^\circ - taS = 90 - (90 + \alpha - \frac{1}{2}.(CaB + a)) = \frac{1}{2}.(a + 180 - 2a) - \alpha = 90^\circ - (\frac{1}{2}a + \alpha.)$

d) Unter dieſem Winkel fallen alſo die Strahlen von der Sonne im Augenblick der Beobachtung auf den Spiegel des Inſtruments, und gehen unter dem Winkel $SaE = SaU$ nach dem Reflexionsglas E, und der Strahl Sa trift das Element e deſſelben unter dem Winkel $dea = 90 - qea = 90 - \frac{1}{2}a$, uud geht von demſelben zurück unter dem Winkel $Few = dea$, gegen das Moderationsglas U, und fällt ſenkrecht auf die Ebene deſſelben.

e) Es iſt ferner in dem Augenblick der Beobachtung $dwo = haP = 90 - Pap = a - \alpha$, und $deo = \alpha + a - \alpha = a$; demnach der Einfallswinkel der Strahlen auf die Fläche des Glaſes $90^\circ - \frac{1}{2}a$.

f) Nun ſey $1 : \mathfrak{d}$ das Verhältnis, in welchem die auf die Ebene abcd auffallende Strahlen, von derſelben zurück nach dem Glaſe E gehen; $1 : \mathfrak{n}$ das Verhältnis der auf das Glas E fallenden Strahlenmenge zu der Menge der Strahlen, welche durch daſſelbe hindurch gehet; $1 : \mathfrak{x}$ das Verhältnis, nach welchem die auf das Moderationsglas U fallende Strahlen gemindert werden müſſen, daß das Bild unter der möglichſt gröſten ſcheinbaren Klarheit geſehen werden kann, die das Auge erleiden kann.

g) Dieſes Verhältnis kann gröſʒer ſeyn als das Verhältnis $1 : \mathfrak{a}$ in §. 9; 8; weil der Beobachter hier nicht directe nach der Sonne ſiehet, ſondern nur nach einem Bilde derſelben, das ihm hinter der Ebene abcd nach der Richtung F O erſcheint, und alſo niemalen ſo viel Licht ins Auge ſchicken kann, als wenn er unmittelbar nach der Sonne mit dem Fernrohr viſiret, theils weil die Strahlen unter einem Winkel auf die Ebene fallen, und unter einem demſelben gleichen Winkel wieder ausgehen, theils auch weil die Ebene nicht alles auffallende Licht zurück ſchickt. Es kann alſo allemal in dieſem Falle das Moderationsglas U weniger mit Farbe geſättiget ſeyn als vorhin, wenn man das Bild der Sonne unter einer Klarheit ſehen will, die die möglichſt gröſte iſt, unter welcher ein Beobachter daſſelbe ohne Verletzung der Augen ſehen kann.

h) Bleiben nun alle übrige Bezeichnungen, wie bisher, ſo iſt einmal die Erleuchtung der Ebene abcd gleich

$$\mathfrak{u}.\ \pi.\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Sin}^2\alpha.$$

Die Klarheit unter welcher eine Fläche 1^2, die mit ihr einerley Erleuchtung und Beſchaffenheit hat, geſehen würde

$$\mathfrak{u}.\ \mathfrak{d}.\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Sin}^2\alpha.$$

Die Erleuchtung des Reflectionsglaſes,

$$\mathfrak{u}.\ \mathfrak{d}.\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Sin}^2\alpha.\ \mathrm{Cos}\tfrac{1}{2}a.$$

Die Erleuchtung des Moderationsglaſes

$$\mathfrak{u}.\ \mathfrak{d}.\ \mathfrak{n}.\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Sin}^2\alpha.\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a.$$

Die Lichtmenge, welche durch das Moderationsglas auf das Objectivglas kommt

$$\mathfrak{u}.\ \mathfrak{d}.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{x}.\ x^2.\ \mathfrak{n}\ \mathfrak{m}.\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Sin}^2\alpha.\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a;$$ demnach

Die ſcheinbare Klarheit, unter welcher das Bild der Sonne geſehen wird,

$$\frac{\mathfrak{u}.\ \mathfrak{d}.\ \mathfrak{n}.\ \mathfrak{x}.\ \mathfrak{n}\ \mathfrak{m}.\ x^2\ \mathrm{Sin}^2\varrho.\ \mathrm{Sin}^2\alpha.\ \mathrm{Cos}^2\tfrac{1}{2}a.}{\mu^2.\ \mathfrak{w}^2.\ \mathrm{tang}^2\ M\varrho.}$$

Es iſt ferner in dem Augenblick der Beobachtung, die Erleuchtung des Spiegels von der Sonne, gleich

$$u.\ \pi.\ \mathrm{Sin}^2 \varrho.\ \mathrm{Cos}\ (\tfrac{1}{2} a + \alpha).$$

Die Erleuchtung des Reflectionsglaſes

$$u.\ p.\ \mathrm{Sin}^2 \varrho.\ \mathrm{Cos}^2\ (\tfrac{1}{2} a + \alpha)\ \mathrm{Cos} \tfrac{1}{2} a.$$

Die Erleuchtung des Moderationsglaſes

$$u.\ p.\ q.\ \mathrm{Sin}^2 \varrho.\ \mathrm{Cos}^2\ (\tfrac{1}{2} a + \alpha)\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2} a.$$

Die Lichtmenge, welche auf das Objectivglas kommt,

$$u.\ p.\ q.\ \mathfrak{r}.\ x^2\ \mathrm{Sin}^2 \varrho.\ \mathrm{Cos}^2\ (\tfrac{1}{2} a + \alpha)\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2} a.$$

Demnach die ſcheinbare Klarheit, unter welcher das reflectirte Bild der Sonne im Fernrohr geſehen wird,

$$\frac{u.\ p.\ q.\ \mathfrak{r}.\ n.\ m.\ x^2\ \mathrm{Sin}^2 \varrho.\ \mathrm{Cos}^2\ (\tfrac{1}{2} a + \alpha)\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2} a.}{\mu^2.\ w^2.\ \mathrm{tang}^2\, M\varrho.}$$

Folglich die Zuverläßigkeit, oder der Winkel, auf welchem der Beobachter gewis iſt, daß die Ränder beyder Bilder genau einander berührt haben, gleich

$$\frac{1}{M}\, \varphi.\, \overset{u}{r} \frac{\dot{u}.\ \omega^2\, \mathfrak{A}\, \mathrm{Cos}^2 p.\ \mathrm{Sin}^2 M\varrho.}{u.\ \mathfrak{r}.\ n.\ m.\ x^2.\ \mathrm{Cos}^2 \tfrac{1}{2} a.} \left(\frac{1}{d.\ n.\ \mathrm{Sin}^2 \alpha.} \pm \frac{1}{p.\ q.\ \mathrm{Cos}^2\ (\tfrac{1}{2} a + \alpha)} \right)$$

II. Was ferner anbelangt die Zuverläßigkeit, oder den Winkel, auf welchen der Beobachter gewis iſt, daß im Augenblick der Beobachtung der xte Theilſtrich des Nonii genau auf der Mitte des yten des Limbi ſtehe, ſo finde ich denſelben durch den Ausdruck $\frac{1}{m} . \frac{b}{r} .\ C.\ \varphi$; und es iſt in dieſem Ausdruck $C = 1$, weil die Beobachtung bey Tage geſchieht.

Unterſuchung über die Zuverläßigkeit in Rückſicht des plani der Reflectionsebene.

III. Noch iſt die Auflöſung der dritten und vierten Frage übrig: mit welcher Zuverläßigkeit weis der Beobachter, daß die Richtungsebene abcd ein wirkliches Planum ſey, und mit welcher Zuverläßigkeit weis er, daß die Tangente der Ebene, welche die Ebene abcd wirklich hat, in dem Augenblick der Beobachtung, mit dem Horizont ſeines Orts geſtanden ſey?

Bey der Beantwortung dieſer Fragen unterſcheide ich zwey Fälle: Entweder iſt die Ebene abcd die Ebene eines flüßigen, oder ſie iſt die Ebene eines feſten Körpers.

Erſtere kann die Ebene der offenen See, eines ſtillſtehenden Waſſers, oder eines in einem Gefäße enthaltenen Waſſers ſeyn, und ſie muß jederzeit die Horizontalebene ſeyn, weil das Waſſer ein Körper iſt, deſſen Zuſammenhang der Theile in demſelben nicht groß iſt, und alſo jedes Theilchen ſich in eine Lage begibt, in welcher das Gleichgewicht des Zuſammenhanges derſelben hergeſtellt iſt, wenn nicht äußere Umſtände hierinnen eine Ausnahme machen. Dieſe Ausnahme findet aber in dem Falle ſtatt, wenn das Waſſer oder irgend ein anderes Fluidum in einem engen Gefäße, das von demſelben naß gemacht wird, eingeſchloſſen iſt. Denn in dieſem

Fall üben die Wände des Gefäßes eine Kraft auf die Waſſertheilchen aus, die größer iſt, als die Kraft, mit welcher dieſelbe zuſammenhangen, verurſachen alſo, daß die Waſſertheilchen ſich nach dem Rande des Gefäßes ziehen, und die Ebene abcd nicht plan, ſondern hohl gekrümmt iſt.

Iſt der Cubiſche Inhalt des Gefäßes = D, und die Waſſermenge, welche in daſſelbe hineingegoſſen iſt, = D + ΔD, ſo ſteigt das Waſſer in der Mitte des Gefäßes in die Höhe, ſo lange, bis der Druck, welchen daſſelbe gegen die Ränder des Gefäßes ausübet, größer iſt, als die Kraft, mit welcher die Waſſertheilchen zuſammenhangen, und alſo daſſelbe am Rande abfließet. Dieſen Fall ſtelle Figur 4 vor.

a) Es ſey in derſelben amb die Ebene des flüßigen, auf welches ein Strahl Sm in dem Punct m auffällt, deſſen Tangente die Linie mn iſt. Das Gefäß ſelbſt ſey eine runde Büchſe, und yb = y die größte Ordinate, und uy = z die größte Abſciſſe der krummen Linie amb, von welcher g eine beſtändige Linie iſt. Der Strahl mS fällt unter dem Winkel Smn auf dieſelbe auf, und bricht ſich von dem Elemente m derſelben in die Richtung mS'. Wäre m in der Horizontalebene, ſo fiele der Strahl Sm auf daſſelbe unter dem Winkel Smt, und gienge von demſelben nach der Richtung ms zurück. In dieſem Falle alſo würde der Beobachter den Strahl nach der Richtung sm bekommen müſſen, da er ihn doch im Augenblick der Beobachtung nach der Richtung S'm bekommt. Hieraus folgt, daß er die Sonnenhöhe um den Winkel S'ms zu klein mit ſeinem Inſtrumente meſſen wird, und es iſt dieſer Winkel gerade noch einmal ſo groß, als der Winkel nmu iſt, unter welchem das Element m gegen den Horizont geneigt iſt.

Er iſt nemlich $pmS + Smt = pmq + smq + smS' + hmS'$.

$$hmS' = Smt - S'ms = Smt - \left(90 - (S'mw + Smq)\right)$$
$$hmS' = Smt - \left(90 - (Smn + nmq)\right)$$
$$hmS' = Smt - \left(90 - (Smn + 90 - (Smt + nmt))\right)$$
$$hmS' = Smn - nmt = Smt - 2\,nmt.$$

Der Beobachter glaubt alſo, die Sonne ſtehe unter dem Winkel hmS' über dem Horizont, da ſie doch in der größern Höhe hms = Smt über dem Horizont ſtehet; er mißt alſo die Sonnenhöhe um den Winkel $hms - hmS' = Smt - (Smt - 2nmt) = 2nmt = 2 \,.\, nmt$ zu klein. Es iſt aber, wenn nmt nur klein iſt,

$$nmt = \frac{nu}{mu} = \frac{y\,dz.}{dy} : \frac{y}{dy} \cdot \sqrt{(dy^2 + dz^2)} = \frac{dz}{\sqrt{(dy^2 + dz^2)}}.$$

Demnach iſt der Fehler in der Beobachtung gleich $\dfrac{2 \,.\, dz.}{\sqrt{(dy^2 + dz^2)}} = v.$

Wäre die Linie amb Paraboliſchen Geſchlechts, und $y^2 = gz$; ſo iſt $dz = \dfrac{2y\,dy}{g}$;

$dz^2 = \dfrac{4y^2\,dy^2}{g^2}$; demnach

$$\frac{2.\,dz.}{\sqrt{(dy^2 + dz^2)}} = \frac{4.\,ydy.}{p.\sqrt{dy^2 + \frac{4y^2 dy^2}{9^2}}} = \frac{4y.}{\sqrt{9^2 + 4y^2}.}$$

oder $\frac{4y}{\sqrt{(p^2 + 4y^2)}} \cdot 206264$; ein Winkel in Secunden, um welchen der Beobachter in dieſem Fall fehlen würde, da er die Fläche des Waſſers in dem Gefäße als horizontal angenommen hatte.

b) Der zweyte Fall iſt mit mehrern Bedenklichkeiten verknüpft; in demſelben iſt die Ebene a b c d nicht die Ebene eines flüßigen, ſondern eines feſten Körpers, und entweder die Ebene einer Spiegelplatte, oder einer Platte von Silber, Metall oder auch ſchwarzem Marmor. Die Zuverläßigkeit, mit welcher ein Beobachter überzeugt ſeyn kann, daß die Richtung des Strahls, in welcher er denſelben durchs Fernrohr bekommt, auch die wahre ſey, die ihm zukommen muß, wenn er auf eine Horizontalebene fällt, unterſuche ich alſo.

Ich nehme an, der Beobachter unterſuche die Ebene a b c d mit einem äußerſt gerade abgezogenen Lineale, und ſey bey dieſer Unterſuchung bis auf die Abſciſſe z in Fig. 4 gewiß, ob die Ebene gänzlich plan oder gekrümmt ſey.

Er ſtelle ferner dieſelbe Ebene mit einer äußerſt empfindſamen Waſſerwaage horizontal, dadurch, daß er die Waage an den Puncten a, b, c, d derſelben aufſetzt, und jedesmal durch ſanftes Schrauben nachhilft, ſo lange, bis die Blaſe der Waage jedesmal in dem Punct der Röhre einſpielt, die Waage mag in jeder Richtung als möglich über der Ebene a b c d ſtehen. Aus dieſem Verfahren iſt leicht zu erſehen, daß die Zuverläßigkeit, mit welcher die Ebene a b c d horizontal geſtellt werden kann, abhängen müſſe, von der Conſtruction der Waage und Empfindſamkeit derſelben. Ich will nun annehmen, der Beobachter wiſſe aus der Erfahrung durch ſorgfältige Prüfung ſeiner Waage, daß die Blaſe derſelben einen kaum merklichen Ausſchlag gebe, wenn das Planum, auf welchem die Waage ſteht, um einen Winkel ξ aus ſeiner vorigen Lage gebracht wird. Ferner ſey in Fig. 5. $\alpha\beta\gamma m$ das Element m in Fig. 4 und die Linien ma, mb, Horizontallinien.

Der Beobachter iſt bis auf den Winkel $\gamma m a$ gewiß, daß die Tangente der Durchſchnittslinie a m b in Fig. 4. welche in der Ebene des einfallenden und reflectirten Strahls liegt, in dem Horizont m a des Orts liegt, wo ſich der Beobachter befindet, und weiß ferner, daß er die ganze Ebene vermittelſt ſeiner Waſſerwaage bis auf den Winkel $\alpha m b$ gewiß horizontal ſtellen kann; in den Punct m fällt ein Strahl m S; es fragt ſich, mit welcher Zuverläßigkeit weiß der Beobachter, daß die Richtung ms, nach welcher der Strahl zurückgeht, auch die wahre Richtung ſey?

Dieſe Frage aufzulöſen denke ich mir über dem Element $\alpha\beta\gamma m$ das ſphäriſche Dreyeck $\alpha p\gamma$, und ſuche in demſelben den Winkel $\alpha\gamma p = a\gamma t$, und in dem Dreyeck $a\gamma t$ den Winkel $a t\gamma$, unter welchem die Ebene $\alpha\beta\gamma m$ den Horizont ſchneidet. Nun iſt aber

$$\text{tang}\,\alpha\gamma p = \frac{\text{Sin}\,90.\ \text{tang}\,\beta p.}{\text{Sin}\,p\gamma - \text{tang}\,\beta p\ \text{Cos}\,\gamma p.\ \text{Cos}\,90.} = \frac{\text{tang}\,(90 - \xi)}{\text{Sin}\,(90 - \frac{1}{2}v)} = \frac{\text{Cot}\,\xi}{\text{Cos}\,\frac{1}{2}v.}$$

Ferner iſt $\text{Cos}\,at\gamma = \text{Cos}\,b\beta\ \text{Sin}\,\beta\gamma p.$

c) Der Beobachter bleibt alſo in dieſem Falle gewis, daß die Richtung des Strahls ms, den er in ſein Auge von der Sonne bekommt, die wahre ſey bis auf einen Winkel $a t \gamma$; er weis alſo mit Zuverſicht gewis, daß der größte Fehler, den er bey Beobachtung der Höhe in dieſem Falle begehen kann, ein Winkel ſey von Secunden:

$$\frac{1}{M}\varphi \sqrt[u]{\frac{\dot{u}\,\omega^2\,\mathfrak{A}\,Cos^2 p.\,Sin^2 M\varrho.}{u\,\mathfrak{x}.\,n\,m\,x^2\,Cos^2\frac{1}{2}a}}.\left[\frac{1}{n\,\mathfrak{d}\,Sin^2\alpha}+\frac{1}{p.q.\,c^2\,Cos^2.(\frac{1}{2}a+\alpha)}\right]+\frac{1}{m}.\frac{b}{r}.\varphi+a t\gamma.206264.$$

IV. Nehme ich ferner an, der Beobachter bediene ſich eines Moderationsglaſes, das ihm die Strahlen, die von der Ebene $abcd$ auf das Objectiv des Fernrohrs kommen, gerade um ſoviel mindert, daß er das quaſi directe Bild der Sonne mit einer Klarheit ſiehet, welche jener Klarheit gleich iſt, mit welcher er in der Entfernung b das grüne Blatt unter dem Winkel $M\varrho$, und der Neigung p ſiehet, alſo mit einer Klarheit $\frac{\dot{u}\,\omega^2\,\mathfrak{A}.\,Sin^2\varrho.\,Cos^2 p.\,Cos^2 M\varrho.}{\mu^2\,\mathfrak{w}^2.}$

Wenn ferner der Diffuſionsraum der Strahlen, der von den Ocularen des Fernrohrs herkommt, verſchwindend klein iſt, ſo muß er das quaſi directe Bild der Sonne auch mit einer Deutlichkeit ſehen, die, wenn ſie nicht ſelbſt die Deutlichkeit 1 iſt, mit welcher der Beobachter das grüne Blatt ſiehet, dennoch derſelben am nächſten kommt. Es muß alſo auch die Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter beyde Bilder im Fernrohr zuſammenbringen kann, ſeyn ein Winkel von Secunden:

$$\frac{1}{M}\varphi.\left(1+\sqrt[u]{\frac{\dot{u}.\,\omega^2\,\mathfrak{A}.\,Cos^2 p.\,Sin^2 M\varrho.}{u\,p\,q\,\mathfrak{x}\,n\,m\,x^2\,Cos^2(\frac{1}{2}a+\alpha)\,Cos^2\frac{1}{2}a}}\right).$$

Beſtimmung des Verhältniſſes, in welchem das Moderationsglas die auffallenden Strahlen mindern muß.

1) In dieſem Ausdruck muß alſo noch der Factor $(\mathfrak{x})$ aufgeſucht werden, oder das Verhältnis, in welchem das Moderationsglas die Strahlen vermindern muß, daß der Beobachter das quaſi directe Bild der Sonne mit der Klarheit ſiehet, mit welcher er das grüne Blatt unter den in §. 9. angeführten Umſtänden ſiehet, das iſt, es muß ſeyn

$$\frac{u.\,\mathfrak{d}.\,n.\,\mathfrak{x}.\,n.\,m.\,x^2.\,Sin^2\varrho.\,Sin^2\alpha.\,Cos^2\frac{1}{2}a}{\mu^2\,\mathfrak{w}^2\,tang^2 M\varrho.}=\frac{\dot{u}\,\omega^2\,\mathfrak{A}.\,Sin^2\varrho.\,Cos^2 p.\,Cos^2 M\varrho.}{\mu^2\,\mathfrak{w}^2}$$

$$\text{oder } \mathfrak{x}=\frac{\dot{u}\,\omega^2\,\mathfrak{A}\,Cos^2 p\,Sin^2 M\varrho.}{u.\,\mathfrak{d}.\,n.\,n.\,m.\,x^2\,Sin^2\alpha\,Cos^2\frac{1}{2}a.}$$

2) In dieſer Formel iſt der Factor (n) und der Factor $(\mathfrak{d})$ aufzuſuchen. Der Winkel a ſey bey dem Inſtrumente = 52 Grad; und der Winkel α, um welchen die Sonne zur Zeit der Beobachtung über dem Horizont ſteht, = 40 Grad.

Anzeige des Lichtverluſts, welchen das Licht erleidet, indem es durch das Reflexionsglas geht.

3) Was den Factor (n) anbelangt, ſo zeiget derſelbe das Verhältnis des auf das Reflexionsglas E von der Ebene $abcd$ fallenden Lichts zu der Menge des Lichts an, welches durch die Maſſe des Glaſes hindurch gehet.

Dieſe Lichtmenge iſt eine Function des Winkels, unter welchem die Strahlen auf die Ebene des Glaſes fallen, bey einerley Dicke und Ebene deſſelben. Hr. Lambert und Hr. Bouguer haben ſich in dieſem Stücke viel Mühe gegeben, um dieſe Function zu entwickeln; und beſonders haben wir der Bemühung des erſtern folgende Tabelle zu verdanken, aus welcher ich den Werth des Factors (n) herausnehmen will.

Es iſt nämlich, wenn die Lichtmenge 1 iſt, welche auffällt auf ein ebenes Glas

unter einem Winkel von Graden	die Lichtmenge, welche hinter demſelben herausgeht, gleich
10°	0, 2892
20°	0, 6378
30°	0, 7930
40°	0, 8624
50°	0, 9027
60°	0, 9198
70°	0, 9310
80°	0, 9376
90°	0, 9381.

Anzeige des Lichtverluſts, welchen das Licht erleidet, indem es auf die Reflexionsebene auffällt.

4) Der Werth von (d) hängt ab, bey einerley Beſchaffenheit der Ebene abcd von der Maſſe derſelben. Er iſt der kleinſte, wenn die Ebene abcd von Spiegelglas iſt, das an ſeiner hintern Seite mit Tuſch angeſtrichen iſt. Er iſt größer, wenn die Ebene von ſchwarzem Marmor; noch größer, wenn die Ebene die Waſſerebene eines in einem blank polirten Gefäße ſtehenden Waſſers iſt; und noch etwas größer, wenn die Ebene abcd ſelbſt eine foliirte Spiegel-Ebene iſt.

Iſt die Ebene abcd von ſchwärzlichtem Marmor, ſo iſt in dieſem Fall auch $\mathfrak{d} = 0,5$ nach §. 10; I; a; und $n = 0,925$ aus der eben angeſetzten Tabelle, weil die Strahlen unter dem Winkel $(90 - \frac{1}{2} 52) = 64°$ auf daſſelbe fallen.

Es iſt alſo in dem Ausdruck vor B der Werth des Buchſtabens

$\dot{u} = 0,5425.$

$u = 0,4387.$ bey der Höhe der Sonne von 40° nach §. 9. 10.

$\mathfrak{d} = 0,057.$

$n = 0,925.$

$a = 52°.$

$\alpha = 40°.$

Die Buchſtaben n, m, x', ω' 𝔄, p, M, ϱ aber behalten immer ihre beſtändige Werthe, vor einerley Inſtrument und Beobachter, wie in §. 10. I.

Wirkliche Berechnung.

log u	=	3,6421676	—	4.
log b	=	0,3010300	—	1.
log n	=	2,9661417	—	3.
log n. m.	=	3,8169700	—	4.
l. x^2	=	1,6901960	—	6.
l. $Sin^2 \alpha$	=	19,6161350	—	20.
l. $Cos \frac{1}{2}\alpha$	=	19,9073204	—	20.
		51,9399607	—	58.

log u	=	3,7343997	—	4.
log ω^2	=	1,3979400	—	6.
log 𝔄	=	0,3010300	—	1.
l. $Cos^2 p^2$	=	19,8750612	—	20.
l. Sin^2 Mę	=	19,2871106	—	20.
		44,5955415	—	51.
		51,9399607	—	58.
		4,6555808	—	5.

Dieſem Logarithmen kommt zu die Zahl 0,45246.

5) Das Moderationsglas muß alſo in dieſem Falle ſoweit mit Farbe geſättiget ſeyn, daß es von 100000 auf ſeine Ebene fallenden Strahlen nur 45246 hindurch läßt, wenn der Beobachter das quaſi directe Bild im Fernrohr noch mit einer Klarheit ſehen ſoll, die ſeinem Auge nicht ſchädlich iſt.

Litte das auf die Ebene a b c d fallende Sonnenlicht, weder auf der Ebene noch auf und in der Maſſe der Gläſer des Inſtruments, einen Verluſt, ſo wäre der Factor x = 0,024093, das iſt, der Beobachter müßte in dieſem Falle ein Moderationsglas gebrauchen, das von 100000 auffallenden Strahlen nur 24093 hindurch ließe, wenn er das quaſi directe Bild der Sonne noch mit einer Helligkeit ſehen will, die ſein Auge noch vertragen kann.

6) Es folgt hieraus erſtens, daß je weniger die Ebene a b c d Licht zurückſchickt, um ſoviel weniger darf das Moderationsglas geſättiget ſeyn.

Es folgt ferner, je mehr das Moderationsglas geſättiget iſt, je weniger Licht kommt von dem reflectirten Bild ins Auge, folglich iſt auch die Deutlichkeit, mit welcher daſſelbe geſehen wird, kleiner. Und es folgt drittens: die Deutlichkeit, mit welcher das reflectirte Bild der Sonne im Fernrohr geſehen wird, iſt die möglichſt gröſte, als ſie bey einem und eben demſelben Inſtrument und vor einerley Beobachter ſeyn kann, wenn die Ebene a b c d gerade ſo viel Licht zurückſchickt, daß x = 1 iſt, das iſt, daß man gar kein Moderationsglas nöthig hätte, und man das reflectirte Bild unter einer ſcheinbaren Klarheit ſiehet, welche die gröſte iſt, unter welcher man daſſelbe ohne Blendung der Augen ſehen kann.

7) Nachdem alſo der Factor (x) gefunden worden, läßt ſich auch die Zuverläßigkeit berechnen, mit welcher der Beobachter beyde Bilder im Fernrohr zuſammen bringen kann; es iſt nämlich:

l. u + l. ω^2 + l. 𝔄 + l. $Cos^2 p$ + l. Sin^2 Mę = 44,5955415 — 51.

log u	=	3,6421676	—	4.
log p	=	0,3010300	—	1.
log q	=	2,4216039	—	4.
log x	=	0,6555808	—	1.
log n m	=	3,8169700	—	4.
l. x^2	=	1,6901960	—	6.
l. $Cos(\frac{1}{2}a + \alpha)$	=	19,2186266	—	20.
l. $Cos \frac{1}{2} a$	=	19,9073204	—	20.
		51,6534953	—	60.
		1,9420462.		

u. 1,9420462 : 16 = 0,1213779.

Dieſem Logarithmen gehört zu die Zahl 1,3224.

Der Beobachter iſt alſo bis auf einen Winkel von $\frac{62}{15}(1+1{,}3224) = 9{,}3$ Secunden gewis, daß die Ränder beyder Bilder im Fernrohr einander im Augenblick der Beobachtung berührt haben.

8) Er iſt ferner gewis bis auf einen Winkel von $\frac{1}{m}\cdot\frac{b}{r}\cdot\phi = \frac{1}{10}\cdot\frac{7}{6}\cdot 62 = 8$ Secunden, daß der Index des Nonii genau auf der Mitte des 40ſten Theilſtrichs des Limbi ſteht, folglich iſt der Beobachter gewis in Rückſicht der Höhe der Sonne, ſo wie ſie ihm die Ebene abcd angibt, bis auf einen Winkel von $9{,}3 + 8 = 17'', 3$ Secunden.

Einen Fehler von dieſer Gröſse aber konnte der Beobachter nicht begehen, auch wenn alle die kleinen Fehler, denen er bey der Beobachtung nicht ausweichen kann, auf eine Seite fielen, weil dieſe Winkel die Gränzen anzeigen, zwiſchen welche der Fehler, der wirklich begangen wird, hineinfallen muß. Der möglichſt kleinſte Fehler aber, dem er gar nicht entgehen kann, iſt in dieſem Fall ein Winkel von

$$\frac{62}{15}\cdot(1+1{,}3224) - 8 = 1{,}3 \text{ Secunden;}$$

folglich wäre ein Winkel von 9 Secunden ein Fehler, der zwiſchen beyden das Mittel hält.

Anmerkungen über die Zuverläßigkeit, mit welcher beyde Bilder im Fernrohr können zuſammen gebracht werden.

9) Die Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter beyde Bilder im Fernrohr zuſammen bringen kann, hängt alſo ab, wenn alles übrige gleich iſt, von dem Verhältnis, in welchem die Strahlen, die auf das Moderationsglas fallen, von demſelben vermindert werden.

Die Zuverläßigkeit iſt geringer, wenn er ſich eines Moderationsglaſes bedienet, das mehr mit metalliſchem Zuſatz geſättiget iſt, als das in dem vorhergehenden Beyſpiel zum Grunde gelegte, das die Strahlen in dem Verhältnis 9 : 21 ungefehr milderte, und bey welchem er das quaſi directe Bild mit einer Helligkeit ſahe, die die möglichſt gröſste war, unter welcher er daſſelbe ſehen konnte, ohne ſein Auge zu blenden: ſie iſt gröſser, wenn die Ebene abcd weniger Licht, als in dem angeführten Beyſpiel, zurückſchickt, und er alſo ein Moderationsglas braucht, das ihm die Strahlen weniger vermindert: ſie iſt die möglichſt gröſste, wenn die Ebene abcd gerade ſoviel Licht auf das Objectiv ſchickt, daß er gar kein Moderationsglas braucht, und dennoch das quaſi directe Bild mit einer Helligkeit ſiehet, welche die gröſste iſt, mit der er daſſelbe ohne ſein Auge zu blenden ſehen kann, zu einer Zeit, da die Atmosphäre ſehr rein iſt, folglich keine dichte Wolken das von der Sonne auffallende Licht verdunkeln. Dieſe Zuverläßigkeit iſt kleiner, im Falle da der Beobachter ohne Moderationsglas das quaſi directe Bild im Fernrohr unter einer ſcheinbaren Klarheit ſiehet, die geringer iſt, als daß er daſſelbe mit der Deutlichkeit 1 beobachten konnte; und hiezu können zweyerley Urſachen Anlas geben:

Einmal, wenn der Beobachter zwar bey ſehr heiterm Wetter die Beobachtung anſtellt, die Sonnenſtrahlen alſo ohne Hinderniß, als das ſie in der heitern Atmosphäre leiden, auf die Ebene abcd gelangen können, aber dieſe Ebene zu wenig Licht auf das Objectiv ſchickt.

Zweytens, wenn zwar die Photometriſche Weiße der Ebene abcd hinlänglich groß iſt, alſo die Ebene ſoviel Strahlen auf das Objectiv ſchickt, daß vermittelſt derſelben das quaſi directe Bild mit der Deutlichkeit 1 geſehen werden könnte; aber auf einmal die Atmosphäre eine Abänderung leidet, indem ſich Wolken in die Gegend ziehen, in welcher die Strahlen der Sonne unmittelbar auffallen, und alſo dieſelbe nicht mit dem größten Glanz geſehen werden kann.

In dieſem letztern Fall muß ſich der Beobachter paßiv verhalten: erſtern aber kann er durch eine vorräthige Anzahl von Gläſern ausweichen, wenn er noch über das Ebenen abcd von verſchiedener Photometriſchen Weiße hätte.

Ein anderer Fall, da das Moderationsglas mehr geſättiget iſt, als nöthig iſt.

10) Ich will nunmehro auch unterſuchen, wie groß die Zuverläßigkeit ſey, wenn der Beobachter ſich eines Moderationsglaſes bedienet, daß ihm die Strahlen mehr vermindert als nöthig iſt, und annehmen, er bediene ſich eines Moderationsglaſes, das ihm die Strahlen gerade noch einmal ſoviel vermindert, als das Moderationsglas, deſſen er ſich im vorhergehenden Beyſpiel bediente, das ihm nämlich die Strahlen in dem Verhältnis 20 : 9 ungefähr verminderte; ſo wäre in dieſem Falle in der Formel §. 11. III. c. $y = 0,22623$; demnach

$\log. u + l. n + l. n + l. x^2 + l. \mathrm{Cos}^2 \frac{r}{2} = 28,0566534 - 34.$

$\log y = 4,3545502 - 5.$

$32,4112036 - 39.$

$\log n + \log b + l. \mathrm{Sin}^2 \alpha = 22,8833067 - 24.$

$56,2945103 - 63.$

$44,5955415 - 51.$

$0,3010312 - 0$

u. $0,30103120 : 16 = 0,1881445.$

Dieſem Logarithmen gehört zu die Zahl 1, 5422.

$\log p = 0,3010300 - 1.$

$\log q = 2,4216039 - 4.$

$\log C.^2 (\frac{r}{2} a + \alpha) = 19,2186266 - 20.$

$21,9412605 - 25.$

$32,4112036 - 39.$

$54,3524641 - 64.$

$44,5955415 - 51.$

$4,2430774 - 0.$

u. $4,2430774 : 16 = 0,2651924.$

Dieſem Logarithmen gehört zu die Zahl 1, 8416.

Der Winkel alſo, auf welchen der Beobachter mit Zuverſicht gewis iſt, daß er im Augenblick der Beobachtung beyde Bilder im Fernrohr zuſammen gebracht, iſt in dieſem Falle ein Winkel von $\frac{62}{15} . (1,5422 + 1,8416) = 13,7$ Secunden.

Im vorigen Beyſpiel in N. 7, war dieſer Winkel 9, 3; folglich iſt der Unterſchied in dieſem Falle 13, 7 — 9, 3 = 4, 4 Secunden, und man ſiehet hieraus, wie nöthig es ſey, verſchiedene Moderationsgläſer in Vorrath beyhanden zu haben, um ſich in jedem Fall gerade desjenigen bedienen zu können, vermittelſt deſſen man das quaſi directe Bild mit der größten erleidlichen Helligkeit ſiehet.

Wäre der Fall, daß man eine Ebene a b c d hätte, bey der man, wenn auch die Beobachtung bey ſehr heitern Himmel geſchieht, dennoch $x = 1$ ſetzen könnte, ſo wäre dieſer Winkel gleich

$$\frac{62}{15}(1 + 2, 34) = 8, 7 \text{ Secunden.}$$

Dies gibt einen Unterſchied gegen N. 7, von 0, 6 Secund. Man ſiehet alſo hieraus, daß die Zuverläßigkeit der Beobachtung, wenn alles übrige gleich iſt, mehr von der Sättigung des Moderationsglaſes, als von der Photometriſchen Weiße der Ebene a b c d abhange.

11) Ich habe vor den Fall, da ein Beobachter (der meine Geſichtsſchärfe hat) ſich eines Moderationsglaſes an dem Inſtrumente, das bey dieſer Unterſuchung zum Grunde gelegt worden, bedient, das ihm die Strahlen, die von der Ebene a b c d aufs Objectiv des Fernrohrs kommen, dergeſtalt vermindert, daß er das quaſi directe Bild mit einer Helligkeit ſiehet, welche die größte iſt, unter welcher er daſſelbe ohne Verletzung oder Reitzung der Sehenerven beobachten kann, eine Tabelle berechnet, aus welcher man den Winkel, auf welchen derſelbe gewis iſt, daß die Bilder im Fernrohr in dem Augenblick der Beobachtung einander genau berührt haben, ſogleich erſehen kann, wenn die Sonne von 10 auf 20, 30, 40, 50, 60 Grade über den Horizont herauf geſtiegen iſt. Sie iſt folgende:

Fehler bey der Beobachtung in Abſicht der Berührung der Ränder beyder Bilder im Fernrohr in Secunden.

möglichſt größter	möglichſt kleinſter	Sonnenhöhe.
8, 52	4, 12	10°
8, 61	4, 61	20°
8, 82	4, 82	30°
9, 30	5, 30	40°
9, 70	5, 70	50°
11, 16	7, 86	60°

Fehler bey der Beobachtung, in Abſicht der Berührung der Ränder beyder Bilder im Fernrohr und des Standes des Indicis des Nonii auf der Eintheilung des Limbi in Secunden.

möglichſt größter	möglichſt kleinſter	Sonnenhöhe
16, 52	0, 52	10°
16, 61	0, 61	20°
16, 82	0, 82	30°
17, 30	1, 30	40°
17, 70	1, 70	50°
19, 86	3, 86	60°

Wenn die Reflexionsebenen genau parallel ſtehen, und die Eintheilungen mathematiſch richtig ſind.

Berechnung der Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter weiß, daß die Richtung, in welcher die Strahlen von der Reflexionsebene auf das Fernrohr kommen, die wahre ſey, die ſie ſeyn ſollte.

12) Noch iſt übrig auch die Zuverläßigkeit aufzuſuchen, mit welcher der Beobachter weis, daß die Richtung, nach welcher die Strahlen von der Ebene abcd zurück nach dem Inſtrumente gehen, auch die wahre ſey.

Dieſe Zuverläßigkeit aber hängt nach §. 11. III. von dem Winkel ν und ξ ab. Bediente ſich der Beobachter eines Gefäßes mit Waſſer, ſo iſt in dieſem Fall $\xi = 0$; und ν hängt von der Weite und Völle des Gefäßes ab.

In gegenwärtiger Unterſuchung aber ſey nun die Ebene abcd eine äußerſt fleißig und eben abgeſchliffene und polirte Platte von ſchwärzlichem Marmor, der Beobachter unterſucht das Planum dieſes Steins mit einem gerade abgezogenen Linial, und iſt bey dieſer Prüfung gewis bis auf einen Theil 0, 01 einer Linie, bey einem Stein, der 6 Zoll Durchmeſſer hat, ob die Ebene abcd wirklich ein mathematiſches Planum ſey oder nicht. Wenn ich nun annehme, er nehme die Ebene ſeines Steins als paraboliſch gekrümmt an, da er nicht mit Gewisheit ſagen kann, daß dieſelbe ein mathematiſches Planum ſey, ſo wäre in dieſem Falle in Fig. 4, ab = 0, 5 Fuß und $\nu y = 0{,}0001$ Fuß, als die größte Abciſſe der Ebene abcd; demnach in dem Ausdruck vor

$$\nu = \frac{dz}{\sqrt{(dy^2 + dz^2)}};\ d = \frac{2y}{\sqrt{(g^2 + 4y^2)}};\ g = \frac{0{,}5^2}{0{,}0001} = 2500.$$

Nehme ich ferner um = 0, 12 Fuß, ſo iſt in Secunden

$$\nu = \frac{2.\ 0{,}12.\ 206264}{\sqrt{(2500^2 + 4.0{,}12^2)}} = \frac{0{,}24.\ 206264}{2500{,}24} = 19{,}8 \text{ Secunden.}$$

Stünde nun die Axe yP der Ebene abcd genau ſenkrecht auf den Horizont ab, ſo wäre der Beobachter auf einen Winkel $2\nu = 39''$, 6 gewis, daß die Richtung des Strahls S'm in Fig. 4 in der Axe ſeines Fernrohres liegt, die wahre ſey, und der Strahl S'm mit dem Strahl Sm in einerley Verticalebene liege.

Dies iſt aber nun hier nicht der Fall, ſondern der Beobachter muß die Ebene abcd erſt horizontal mit einer Waſſerwaage ſtellen, oder wie auf Schiffen zu Zeiten geſchieht, mit einem Gewicht, während der Stein in Axen ſchwebt, ins planum horizontale bringen.

In Rückſicht der wahren Lage der Ebene des Steins in dem Horizont aber bleibt der Beobachter nur auf einen Winkel ξ gewis, den ihn ſeine Waſſerwaage noch angeben kann. Dieſer Winkel hängt von der Empfindſamkeit der Waage, vor einerley Beobachter ab, und dieſe Empfindſamkeit von der Größe der Luftblaſe, der Reinigkeit des in der Röhre befindlichen Spiritus, der Ebene und Glätte des inwendigen Theils der Röhre, an welchem die Blaſe ihre Oſcillationen macht, wenn auch durch Glückszufall die Tangente dieſer Oſcillationsebene genau mit der Grundfläche der Waage, auf welcher ſie ruhet, parallel gemacht worden wäre. Die Erfahrung lehret, daß eine Waage von der Größe, als man ſie bey dieſer Beobachtung gebrauchen kann, ſchon mit möglichſt größtem Fleiße, Auswahl und Vorſicht verfertiget ſeyn muß, wenn ſie noch einen etwas merklichen Ausſchlag bey einem Winkel von 4 Secunden Erhöhung oder Vertiefung geben ſoll.

Ich will alſo $\xi = 4$ Secunden ſetzen, und ſogleich den möglichſt kleinſten Winkel angeben, auf welchen der Beobachter gewis iſt, daß die Richtung, in welcher er die Strahlen von der Ebene abcd ins Fernrohr bekommt, die wahre ſey; dieſer Winkel iſt alſo gleich

$2.(\nu \pm \xi) = 2.(19,8 \pm 4) = 47,6$ Secunden;

oder $2.(19\,8 - 4) = 31'',6$ Secunden.

In dem in III. betrachteten Fall, fällt der Strahl S'm in Fig. 4 außer der Vertical-Ebene.

13) Nehme ich nun alles zuſammen, ſo iſt der Beobachter, wenn er mit dem zum Grunde gelegten Inſtrumente, deſſen Eintheilung gänzlich ohne allen Fehler iſt, und deſſen Reflexionsebenen aufs genaueſte mit einander parallel ſtehen, die Höhe der Sonne durch Reflexion auf der Ebene abcd mißt, gewis bis auf einen Winkel von $9,3 + 8 + 47,6 = 65$ Secunden, und es iſt der Winkel $31,6 - (9,3 + 8) = 14,3$ Secunden; ein Fehler, den er nicht wohl vermeiden kann. Er weis alſo ſoviel gewis, daß die Höhe der Sonne, oder eigentlich die Richtung, in welcher die Strahlen auf die Ebene abcd fallen, wirklich 40° oder etwas kleiner als $40 + 1,5$, oder etwas größer als $39 + 58 + 55''$ ſey; wenn auch ſein Inſtrument gänzlich correct iſt.

Dieſe Höhe oder dieſer Winkel von 40° muß nun noch corrigirt werden, wegen der Refraction und Parallaxis der Sonne, nach den bekannten Regeln.

§. 12.
Anwendung dieſer Theorie auf die Zuverläßigkeit, mit welcher die Geographiſche Länge eines Orts, vermittelſt eines Hadleyſchen Sextanten und eines Zeitmeſſers, beſtimmt werden kann.

a. Die Geographiſche Länge eines Orts zu Waſſer oder zu Lande zu finden, iſt von jeher eine der wichtigſten und vorzüglichſten Aufgaben geweſen. Es konnte alſo aus dieſem Grunde nicht fehlen, daß man nicht verſchiedene Mittel und Wege ausfindig gemacht haben ſollte, dieſelbe auf eine gute und brauchbare Weiſe zu bekommen. Es kam hiebey einzig und allein darauf

an, den Winkel (X) zu finden, welchen ein Meridian eines Orts mit dem Meridian eines andern im Pole der Erde macht, und man ſahe wohl ein, daß man dieſen Winkel finden könnte, wenn man die Zeit (A) wüßte, da ein Gegenſtand (C) außer unſerer Erde in der verlängten Meridianebene eines Orts (B) ſich befindet, und die Zeit (D) angeben könnte, wenn der nämliche Gegenſtand (C) in der verlängerten Meridianebene eines andern Orts (W) ſich befindet; der Unterſchied der Zeiten A — D gäbe ſodann den Winkel (X) nach Zeittheilen, und dieſe Zeittheile könnten nun leicht in Theile eines Bogens verwandelt werden, da man aus der täglichen Bewegung der Erde erkannte, daß ſich 360° genau innerhalb 24 Stunden, durch eine Ebene, aus der Erde nach dem Gegenſtand (C) hindurch bewegen.

b. Man ſahe ferner ein, daß wenn ſich dieſem Gegenſtand (C) ein anderer Gegenſtand (E) nach und nach bis zur ſcheinbaren Berührung nähert, der Augenblick der Berührung an allen Orten der Halbkugel der Erde zwar in demſelben Augenblick müſſe geſehen, aber nicht in allen Orten der Erde nach gleichen Zeiten vom Mittage jedes Orts an könne gemeſſen werden, und daß man alſo aus dem Unterſchiede der Zeit, in welcher an zweyen Orten (B) und (W) einerley Erſcheinung gemeſſen wird, dieſen Bogen (X) nach Zeittheilen finden könne. Dieſe Gegenſtände konnten nun in ältern Zeiten nichts ſchicklicher als der Mond und die Erde abgeben; man durfte nur den Anfang oder das Ende einer partialen oder totalen Mondfinſternis an verſchiedenen Orten (B) und (W) beobachten, ſo konnte man aus dem Unterſchied der Zeiten, nach welchen dieſe Erſcheinung an jedem Orte von der Zeit ſeines Mittags an gezählt wurde, den Winkel (X) nach Zeittheilen finden.

Eben ſo ſiehet man leicht ein, daß wenn der Gegenſtand C der Erdſchatten iſt, der Gegenſtand E nicht allein die ganze Mondskugel ſelbſt, ſondern nur ein Theil auf ihr ſeyn darf, deſſen Eintritt in den Erdſchatten an den Orten (B) und (W) in gleichen Augenblicken bemerkt werden kann.

Der Gegenſtand (C) kann ferner auch die Sonne ſelbſt, und (E) die ganze Mondkugel ſeyn.

Auch kann der Gegenſtand (C) noch verſchiedene Körper am Himmel vorſtellen; eben ſo auch der Gegenſtand (E). Es kann nämlich

Methoden.	der Gegenſtand	vorſtellen	der Gegenſtand	vorſtellen
1	C	die Sonne;	E	die ganze Mondskugel;
2	C	den Erdſchatten;	E	die ganze Mondskugel;
3				einen Theil auf derſelben;
4	C	den Planeten Jupiter;	E	einen Trabanten Jupiters;
5	C	die Sonne;	E	die Venus;
6	C	die Sonne;	E	Merkur;
7	C	einen Fixſtern;	E	einen Planeten;
8	C	einen Planeten;	E	die ganze Mondskugel;
9	C	einen Fixſtern;	E	und die ganze Mondskugel.

Unter dieſen Neun verſchiedenen Methoden die Längen der Oerter zu finden, iſt immer eine mehr als die andere brauchbar und zuverläßiger. Einige ſind nur an gewiſſen Orten anwendbar, andere an eben dem Orte gar nicht.

Die 1, 2, 5, 6te Methoden können nicht vielfältig angewandt werden, da die ſcheinbare Berührung der Körper (C) und (E) nicht ofte geſchiehet; die 3te iſt ſehr unzuverläßig, wegen des Halbſchattens der Erdkugel. Mehr aber findet die 7te und 8te, und insbeſondre die 4te Methode Anwendung; keine aber unter allen iſt auf der See brauchbar, wenn man ſich auch eines guten Achromatiſchen Fernrohrs, des 1764 von Irwin erfundenen Schwung-Stuhls und der von dem Abbe Rohan 1766 angegebenen Vorrichtung an die Fernröhre, mit allem Fleiße bedienen wollte. Das Schwanken des Schiffes iſt auch bey ſtiller See zu heftig, als daß man, ohnerachtet der Anwendung aller dieſer Hülfsmittel, die Gegenſtände (E) und (C) in dem Campo des Fernrohrs erhalten könnte, um den wahren Augenblick der ſcheinbaren Berührung beobachten zu können.

Unter allen den angezeigten Methoden aber findet die 9te ihre meiſte Anwendung, weil die ſcheinbare Berührung dieſer Körper ſehr ofte beobachtet werden kann; man bedienet ſich ihrer heut zu Tage faſt ganz allein, die Länge eines Schiffes zu finden; und dieſer Methode gedenkt ſchon 1514 Johann Werner aus Nürnberg in ſeinem erſten Buche über die Ptolomäiſche Erdbeſchreibung, wie auch Peter Benewitz aus Leißnig in Sachſen 1523.

Der Sinn dieſer Methode aber iſt folgender:

Ein Stern, der ſich in der Ebene der verlängerten Bahn des Mondes befindet, muß dem Monde bald näher ſeyn, bald weiter von demſelben abſtehen, und während deſſen einmal von ihm bedeckt worden ſeyn.

Er hat alſo an einem Orte (A) zu einer Zeit (T) einen Abſtand (E′) vom Monde. In dem nämlichen Augenblick aber, da der Stern (ε) Grade vom Monde abſtehet, zählet ein Beobachter an einem Orte (B) eine Zeit (W); er ſiehet alſo um $\mp$ (T − W) Zeit den Mond von dem Stern um dem Bogen (ε) entfernt, und es iſt demnach vor ihn in a der Bogen (X) = $\mp$ (T − W) in Zeit.

Man erſiehet hieraus, daß die Genauigkeit, mit welcher der Beobachter in (B) den Winkel (X) finden kann, ceteris paribus, von der Zuverläßigkeit abhänge, mit welcher man weiß, daß der Mond in (A) zur Zeit (T) genau um den Bogen (ε) von dem Stern abſtehe.

Man ſiehet ferner, daß, wenn man auch den Abſtand des Monds in (A) zur Zeit (T) von dem Stern aufs genaueſte wüßte, die Genauigkeit, mit welcher der Beobachter in (B) den Bogen (X) findet, abhangen müſſe von der Genauigkeit, mit welcher er die Zeit (W) und den Winkel (ε) meſſen kann; folglich hängt die Genauigkeit, mit welcher der Beobachter in (B) den Winkel (X) oder die Länge von (B) in Abſicht auf (A) findet, ab:

1. Von der Zuverläßigkeit, mit welcher man in (A) den Bogen (ε) zur Zeit (T) kennt.
2. Von der Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter in (B) die Zeit (W) und den Bogen (ε) mit ſeinem Inſtrumente meſſen kann.

Alles kam alſo darauf an, richtige Tabellen zu haben, aus welchen man die Lage der Orte des Monds in ſeiner Bahn vor jede Zeit herausnehmen konnte; ferner Zeitmeſſer zu conſtruiren, deren Gang immer gleichförmig, und durch das Schwanken des Schiffes nicht in Unordnung

gebracht würde; letztlich auch ein Inſtrument zu verfertigen, mit welchem man ohneracht et des Schwankens des Schiffes dennoch mit möglichſter Schärfe Diſtanzen am Himmel meſſen könnte.

Wirklich hat man es auch in jedem dieſer Stücke ſehr weit gebracht, und faſt ſo weit, als man nur immer verlangen konnte.

Denn ſchon im Jahre 1731 erfand Johann Hadley, Vicepräſident der Königlichen Societät in London, ſeinen Spiegelſextanten: ein Inſtrument, das noch heut zu Tage auf allen Schiffen gebraucht wird, weil deſſen Gebrauch ſehr einfach und bequem iſt, auch keinen feſten Stand erfordert, und deſſen Genauigkeit wirklich die gröſte, die man erwarten kann, weil man nicht nöthig hat, die Gegenſtände, deren Diſtanz man am Himmel mißt, hinter Fadenkreutze im Brennpuncte des Oculars zu ſtellen.

Man hatte alſo einmal einen Winkelmeſſer, mit dem man hinlänglich zufrieden ſeyn konnte, und es fehlte nur noch an einem Zeitmeſſer, und an den benöthigten Mondstabellen. Zwar war man durch Neutons, Flamſtead, Halley und Bradleys Bemühung in der Theorie der Bewegung des Monds ſehr weit gekommen; alleine demohngeachtet war dieſelbe nicht hinlänglich genug, den Stand des Mondes in ſeiner Bahn mit einer Genauigkeit anzugeben, die vor die vorhabende Abſicht, die Längen hieraus zu finden, hinlänglich geweſen wäre. Um ſo mehr bemüheten ſich alſo die Herren Euler, la Grange, Clairaut, Mayer und andere, dieſe Lücke der Mondstheorie, ſoviel als möglich auszufüllen, und beſonders war Hr. Tobias Mayer ſo glücklich, im Jahre 1755 der Admiralität in London, ſeine Mondstabellen zu übergeben, die an Genauigkeit alles übertreffen, was man bisher noch in dieſem Stücke verlangt hatte. Er ſelbſt war nicht mehr ſo glücklich, die Belohnung von 3000 Pfund von der Admiralität einzuärndten, die hernach ſeinen Erben ausgezahlt wurde.

Während dem, daß der Aſtronom eifrigſt bemüht war, den Stand der Fixſterne unter einander, und die Theorie des Monds in Ordnung zu bringen, war auch der Künſtler nicht unthätig.

Hadleys Sextant litte bald anſehnliche Verbeſſerungen: man gab ihm ein Fernrohr und eine Noniusabtheilung, und Engliſche und Franzöſiſche Uhrmacher bemüheten ſich, einen Zeithalter zu Stande zu bringen, deſſen Gang regulär, und nicht durch das Schwanken des Schiffes in Unordnung gebracht werden könnte. Unter dieſen zeichnete ſich beſonders Heinrich Sully, ein berühmter Künſtler, und mit ihm zu gleicher Zeit ein Zimmermann Nahmens Harriſon zuerſt aus. Dieſer übergab im Jahre 1736 der Admiralität in London ſeine erſte See-Uhr, wurde im folgenden Jahre und 6 Jahre darauf von derſelben anſehnlich unterſtützt, und erhielt 1749 die Copleyſche Medaille, die nach dem Willen des Stifters nur demjenigen gegeben wird, der im Jahre die beſte Erfindung gemacht hat.

Harriſon verbeſſerte ſeine See-Uhr immer weiter. Er ſchickte 1761 mit einer derſelben ſeinen Sohn nach Jamaica, die innerhalb 81 Tagen, als der Dauer dieſer Reiſe, die Zeit ſo ziemlich hielt, und bekam von der Admiralität in London 2500 Pfund auf Abſchlag vor die große Prämie von 20000 Pfund die auf die beſte Ausfindung der Meereslänge geſetzt war.

1764 gieng ſein jüngerer Sohn mit einer neuen See-Uhr ſeines Vaters nach Barbodoes, und der Gang, den dieſelbe hielt, wurde nach der auf dieſer Inſel vom Hrn. Maskelyne angeſtell-

ten Beobachtungen, ſo genau befunden, daß die Admiralität Harriſon eine Belohnung von 6000 Pfund zuſagte.

Mit Harriſon bemüheten ſich auch zwey berühmte Künſtler Arnold und Kendal auf die Verfertigung guter Zeithalter, und waren auch in ihren Bemühungen ſo glücklich, Zeithalter zu Stande zu bringen, die den Harriſonſchen konnten vorgezogen werden, indem ſie die Längen auf $\frac{1}{7}$ oder $\frac{1}{6}$ Grad gewis angaben. Nach ihnen übergaben auch im Jahre 1768 und 69 zwey franzöſiſche Künſtler Berthoud und Le Roi ihre Zeitmeſſer zur Prüfung, aber es ſchien, als ſollte es den Engliſchen Künſtlern Thomas Mudge und Joſiah Emery vorbehalten ſeyn, Zeitmeſſer zu Stande zu bringen, von ſolcher Vollkommenheit, als nur zu erwarten ſeyn möchte. Der Zeitmeſſer des erſtern hat ſchon ein paar See-Reiſen mit dem Vice-Admiral Campell und zwar mit dem beſten Erfolg mitgemacht, und iſt dermalen dem Hochfürſtl. Gothaiſchen Hof-Aſtronomen Hrn. v. Zach zu fernerer Prüfung auf ſeinen Reiſen zu Waſſer und zu Lande anvertraut. Der Zeitmeſſer oder Chronometer des Hrn. Joſiah Emery iſt nach Mudgens Zuſammenſetzung ins kleine gebracht, ſo daß er nur die Größe einer Sack-Uhr hat; es wurde das erſte 1782 fertig, und von dem Hrn. Grafen von Brühl, Churfürſtl. Sächſ. Geſandten am Londner Hofe, aufs ſorgfältigſte geprüft, und ſehr bewährt befunden.

Vermittelſt ſolcher Chronometer laſſen ſich nun die Längen der Oerter zu Waſſer und zu Lande ſehr genau beſtimmen, wenn man noch überdas mit einem Inſtrument verſehen iſt, die Höhen der Sonne an einem Orte genau zu meſſen, deſſen Breite bekannt iſt, und deſſen Länge man finden will. Man braucht hiebey nichts mehr zu wiſſen, als

den Abſtand der Sonne vom Scheitel des Orts
den Abſtand des Orts vom Pole
die Declination der Sonne
} im Augenblick der Beobachtung.

ſo kann man hieraus die wahre Zeit dieſes Augenblicks von dem vorhergegangenen Mittag an berechnen. Trift dieſe Zeit mit der auf die wahre reducirten Zeit des Chronometers genau zuſammen, ſo haben die Oerter einerley Längen; findet ſich aber ein Unterſchied in dieſen Zeiten, ſo iſt dieſer Unterſchied gleich dem Unterſchied der Längen in Zeittheilen, die ſodann leicht auf Theile des Aequators gebracht werden können.

Ich will dieſe Methode die Längen zu finden durch folgende Aufgabe erläutern, indem ich annehme, ein Beobachter beſitze ein ſolches Chronometer von Mudge oder Emery, und bediene ſich die Sonnenhöhen zu meſſen eines Hadleyſchen Sextanten.

Aufgabe.

Ein Beobachter hat an einem Orte (A) den Gang ſeines Chronometers aufs genaueſte geprüft: er kommt mit demſelben an einem Orte (B) an, deſſen Breite ihm bekannt iſt, mißt allda eine oder mehrere Sonnenhöhen vermittelſt eines Hadleyſchen Octanten in dem Augenblick, da der Zeiger ſeines Chronometers C Zeittheile zeigte: Es fragt ſich

1. Wie findet der Beobachter hieraus die Länge des Ortes B.
2. Mit welcher Zuverläßigkeit findet er dieſe Länge.

I. Was einmal anbelangt die erſte Frage, ſo ſey in Fig. 6 CHDG der Horizont des Orts B, Z das Zenith deſſelben, und ZP der Abſtand des Pols P vom Zenith Z.

Die gemeſſene Höhe der Sonne ſey HS in dem Augenblicke, da die Declination derſelben = DS war; ſo kommt es darauf an, den Stundenwinkel ZPS zu finden, um die wahre Zeit des Augenblicks der Beobachtung zu finden. Dieſe Zeit ſey T. Die wahre Zeit, welche das Chronometer im Augenblick der Beobachtung anzeigte, ſey C°, ſo iſt $\pm (C^{\circ} - T)$ der Unterſchied der Oerter A und B in Zeittheilen; folglich $15\,(C^{\circ} - T)$ der Unterſchied der geographiſchen Länge beyder Oerter.

II. Um die Zeit T zu finden, ſey in Fig. 6 der Bogen $HS = \alpha$; der Bogen $DS = \delta$, der Bogen $PD = Z$, und der Winkel $ZPS = \tau$; ſo iſt einmal $ZS = 90 - \alpha$; $SP = 90 - \delta$; $ZP = 90 - Z$: Demnach nach der bekannten Trigonometriſchen Formel, wenn in einem ſphäriſchen Dreyeck aus den drey Seiten ein Winkel geſucht wird,

$$\text{Cos}\,\tau = \frac{\text{Cos}\,(90-\alpha) - \text{Cos}\,(90-Z)\,\text{Cos}\,(90-\delta)}{\text{Sin}\,(90-Z)\,\text{Sin}\,(90-\delta)}; \text{ oder}$$

$$\text{Cos}\,\tau = \frac{\text{Sin}\,\alpha - \text{Sin}\,Z\,\text{Sin}\,\delta}{\text{Cos}\,Z\,\text{Cos}\,\delta} = \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\text{Cos}\,Z\,\text{Cos}\,\delta} - \text{tang}\,Z\,\text{tang}\,\delta.$$

III. Um dieſe Formel bequemer durch Logarithmen auflöſen zu können, kann man noch folgende Veränderungen mit derſelben vornehmen:

Es bezeichne indeſſen der Buchſtabe	den Winkel
a	$90 - \alpha$.
b	$90 - \delta$.
c	$90 - Z$.

Nun iſt auch $\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}\tau = \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}\,\tau}{2}}$, oder $2\,\text{Sin}^2\,\tfrac{1}{2}\tau = 1 - \text{Cos}\,\tau$;

$$\text{oder } 1 - \text{Cos}\,\tau = 1 - \frac{\text{Cos}\,\alpha - \text{Cos}\,b\,\text{Cos}\,c}{\text{Sin}\,c\,\text{Sin}\,b} = \frac{\text{Sin}\,c\,\text{Sin}\,b - \text{Cos}\,\alpha + \text{Cos}\,c\,\text{Cos}\,b}{\text{Sin}\,c\,\text{Sin}\,b};$$

aber $\text{Cos}\,c\,\text{Cos}\,b + \text{Sin}\,c\,\text{Sin}\,b = \text{Cos}\,(c-b)$; demnach auch

$$2\,\text{Sin}^2\,\tfrac{1}{2}\tau = \frac{\text{Cos}\,(c-b) - \text{Cos}\,a}{\text{Sin}\,c\,\text{Sin}\,b} = \frac{2\,\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}(a+c-b)\,\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}(a+b-c)}{\text{Sin}\,b\,\text{Sin}\,c};$$

$$\text{folglich } \text{Sin}\,\tfrac{1}{2}\tau = \sqrt{\frac{\frac{\text{Sin}\,(a+c-b)}{2}\,\frac{\text{Sin}\,(a+b-c)}{2}}{\text{Sin}\,b\,\text{Sin}\,c}} = \sqrt{\frac{\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}(a+(c-b))\,\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}(a-(c-b))}{\text{Sin}\,b\,\text{Sin}\,c}};$$

oder wenn die Werthe von a, b, c wieder hergeſtellt werden,

$$\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}\tau = \sqrt{\frac{\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}(90 + Z - (\alpha+\delta))\,\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}(90 + \delta - (\alpha+Z))}{\text{Cos}\,\delta\,\text{Cos}\,Z}}.$$

Nach dieſer Formel läßt ſich alſo die wahre Zeit (T) des Augenblicks der Beobachtung an dem Orte B berechnen, und mit der reducirten Zeit C° der Zeit C, welche das Chronometer weiſt, vergleichen, ſo findet man hieraus den Unterſchied der Meridiane der Oerter A und B

nach Zeittheilen, die man ſodann leicht in einen Bogen des Aequators (nämlich 4 Minuten auf einen Grad) bringen kann.

IV. Was die 2te Frage betrifft, nämlich, mit welcher Zuverläßigkeit ein Beobachter mit den hiebey zum Grunde gelegten Inſtrumenten den Unterſchied der Meridiane der beyden Oerter A und B finden kann, ſo will ich vors erſte den gefundenen Unterſchied der wahren Zeit in dem Augenblick der Beobachtung mit D bezeichnen,

ſo iſt einmal $D = \pm (C^{\circ} - T)$,
folglich auch $dD = \quad dC^{\circ} - dT$.

V. Es ſey ferner auch $\pm (dC - dC^{\circ}) = a =$ der Zeitgleichung,
ſo iſt auch $dC^{\circ} = dC$,
folglich $dD = dC - dT$.

In dieſem Ausdruck iſt nun dC derjenige kleine Zeittheil, auf welchen man gewis iſt, daß der Augenblick der Beobachtung in dem Orte B genau auf C Zeittheile des Orts A falle, oder der Gang der Uhr gleichförmig ſey.

Ferner iſt dT der kleine Bogen in Zeit, auf welchen der Beobachter gewis iſt, daß der Augenblick ſeiner Beobachtung genau auf die wahre Zeit T des Orts B falle; da dieſe wahre Zeit T aber aus dem Abſtand der Sonne vom Zenith des Orts B, und dem Abſtand des Pols von dieſem Zenith, und dem Abſtand der Sonne vom Pol berechnet worden, ſo wird dieſes dT abhängen müſſen von der Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter dieſe Abſtände in dem Augenblick ſeiner Beobachtung weis. Dieſes dT finde ich alſo:

VI. Ich nehme an, der Beobachter ſey in Anſehung ſeiner gemeſſenen Sonnenhöhe gewis bis auf den kleinen Winkel $d\alpha$; er wiſſe die Breite Z des Orts B gewis bis auf dZ. Die Declination der Sonne ſey in dem Augenblick der Beobachtung genau bekannt bis auf den kleinen Winkel $d\delta$, ſo iſt nach dem Methodo differentiendi, wenn ich bezeichne den Winkel $\frac{1}{2}(90 + Z - (\alpha + \delta))$ mit V und $\frac{1}{2}(90 + \delta - (\alpha + Z))$ mit W,

$$\begin{aligned} d\tau \operatorname{Cot} \tfrac{1}{2}\tau = & \tfrac{1}{2} dZ (\operatorname{Cot} V - \operatorname{Cot} W) + dZ \operatorname{Cot} Z, \\ & + \tfrac{1}{2} d\delta (\operatorname{Cot} W - \operatorname{Cot} V) + d\delta \operatorname{Cot} \delta, \\ & - \tfrac{1}{2} d\alpha (\operatorname{Cot} V + \operatorname{Cot} W); \end{aligned}$$

und wenn ich $d\delta = 0$ ſetze, ſo wird nach gehöriger Reduction

$$d\tau \operatorname{Cot} \tfrac{1}{2}\tau = dZ \left(\frac{\operatorname{Sin}(W - V)}{2 \operatorname{Sin} W \operatorname{Sin} V} + \operatorname{Cot} Z \right) - \tfrac{1}{2} d\alpha . \frac{\operatorname{Sin}(V + W)}{\operatorname{Sin} V \operatorname{Sin} W}; \text{ und}$$

$$d\tau = 2 . \operatorname{Cosec} W \operatorname{Cosec} V \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\tau . (dZ . \operatorname{Sin}(W - V) + 2 \operatorname{Cot} Z \operatorname{Sin} W \operatorname{Sin} V - d\alpha . \operatorname{Sin}(V + W)).$$

In dieſem Falle hängt alſo dT nur noch ab von der Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter die Polhöhe des Orts B weis, und von der Genauigkeit, mit welcher er ſeine Sonnenhöhe mit dem Sextanten nehmen kann.

VII. Wäre B ein Ort, deſſen Breite man bis auf einige wenige Secunden gewis wüßte, demnach dZ ſehr klein, ſo könnte man auch ſetzen ohne auffallenden Fehler

$$d\tau = - 2 \operatorname{Cosec} W \operatorname{Cosec} V . \operatorname{Sin}(V + W) . d\alpha . \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\tau; \quad \text{oder}$$

$$d\tau = - \frac{2 . \operatorname{Sin}(V + W) . \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\tau}{\operatorname{Sin} V . \operatorname{Sin} W .} . d\alpha . \quad \text{und } dT = \tfrac{1}{15} . d\tau .$$

VIII. Iſt nun in V, dC in Secunden gegeben, ſo wäre in dieſem Fall der Unterſchied der Meridiane beyder Oerter A und B in Theilen des Aequators gleich

$$15\,dC + \frac{2.\ \mathrm{tang}\ \frac{1}{2}\tau,\qquad \mathrm{Cos}\ \alpha.}{\mathrm{Sin}\frac{1}{2}(90+Z-(\alpha+\delta))\ \mathrm{Sin}\frac{1}{2}(90+\delta-(\alpha+Z))}.\ d\alpha = 15\,dC + \frac{\mathrm{Cos}\ \alpha.\ d\alpha}{\mathrm{Cos}Z\ \mathrm{Cos}\delta\ \mathrm{Sin}\tau.}$$

Bemerkungen über den kleinen Zeittheil, auf welchen der Beobachter in Rückſicht des richtigen Augenblicks zur Beobachtung gewis iſt.

IX. In dieſem Ausdruck müſſen alſo die Werthe von dC und dα aufgeſucht werden. Erſterer ſowohl als letzterer Werth hängt bey einem geübten, vorſichtigen und geſchickten Beobachter zum Theil aus phyſiſchen Urſachen von ihm, zum Theil aber von Umſtänden ab, die nicht von ihm abhängen. Es zeiget nämlich dC denjenigen kleinen Zeittheil an, auf welchen der Beobachter in Anſehung des gleichförmigen Ganges ſeines Chronometers bey einer gewiſſen Zeit gewis iſt. Iſt nämlich das Chronometer von einem Künſtler mit möglichſt größtem Fleiße verfertigt, ſo hängt das ΔC insbeſondere von dem Einfluß der Witterung auf das Chronometer ab. Iſt aber noch über das von dem Künſtler eine Vorrichtung (E) angebracht, durch welche dieſer Einfluß der Witterung auf den Gang des Chronometers gemindert wird, ſo hängt das dC nur noch von den kleinen Inſtantiis ab, oder dem Theil (dE), vor welchen der Künſtler in Anſehung der Vorrichtung (E) nicht mehr ſtehen kann, und von natürlichen Zufällen, die einer jeden Uhr zuſtoßen, wenn ihre Bewegung eine lange Zeit angehalten hat, und wie vorhin noch von dem Beobachter aus phyſiſchen Gründen.

Es ſtreitet demnach wieder alle Möglichkeit, eine Uhr zu Stande zu bringen, deren Gang beſtändig mathematiſch richtig gleichförmig wäre, auch wenn durch Glückszufall die Verhältnis in dem Bau ihrer Beſtandtheile und Maßen derſelben, vollkommen bey der Bearbeitung derſelben von dem Künſtler getroffen worden wären.

Aber auch wenn dieſes alles wirklich möglich wäre, ſo könnte demohngeachtet dC niemalen vor o ſchlechterdings angenommen werden.

Denn um den Gang der Uhr oder des Chronometers zu prüfen, muß der Beobachter Beobachtungen am Himmel anſtellen, das iſt, er muß die Culmination der Sonne oder der Sterne mit einem Paſſage-Inſtrument mit möglichſter Sorgfalt beobachten, um die Räume, welche der Zeiger ſeines Chronometers durchgegangen, von einer Culmination zur andern vergleichen zu können.

Aufſuchung dieſes Zeit-Theils.

X. Um nun aber dieſen Werth von dC angeben zu können, will ich folgendes einleiten. Es zeige

bey der Culmination der Sonne	das Chronomet. die mittlere Zeit.	dieſe gilt wahre Zeit	der Unterſchied der Zeit, welche das Chronometer wirklich zeigt, von der Zeit, welche es wirklich zeigen ſoll.
1ſten	a	a'	μ'
2.	b	b'	μ''
3.	c	c'	μ'''
4.	d	d'	μ^{IV}
nten	e	f'	μ^{n}

Wenn ich nun annehme, das Chronometer habe täglich gleichviel vorgeeilt, ſo gehen dieſe Voreilungen in arithmetiſcher Progreßion, und es iſt $\mu' = \mu'' = \mu^n$, und am n + 1ſten Tag der Culmination der Sonne die Voreilung des Chronometers gleich

$$n\,(\mu' + \tfrac{1}{2}\,(n - 1)\,(\mu^{n} - \mu^{n-1})).$$

XI. Eben ſo könnten auch die Zeittheilchen $\mu' = \mu'' = \mu^n$ negativ; oder bald poſitiv bald negativ, oder auch zugleich, $\mu' \gtrless \mu''$; $\mu'' \gtrless \mu'''$; $\mu^{n-1} \gtrless \mu^n$ während den n Tagen ſeyn; und wirklich kann der Beobachter niemals mit Zuverläßigkeit ſagen, ob das μ^n bey der n ten Culmination, wirklich dem μ^{n-1} bey der (n − 1) ten Culmination genau gleich, oder eines oder das andere um etwas größer oder kleiner ſey.

XII. Denn im Grunde betrachtet hängt die Zuverläßigkeit, mit welcher ſich der Beobachter von dem gleichförmigen Gang ſeines Chronometers überzeugen kann, ſehr viel von ihm ſelbſt aus phyſiſchen Urſachen, und ſeinem Paſſage-Inſtrument ab. Geſetzt es ſey die Höhe der Sonne im Meridian gleich $\mathfrak{J}$, an einem Tage, da die wahre Zeit mit der mittlern Zeit, welche das Chronometer zeigt, zuſammen fällt, alſo die Zeitgleichung = 0 iſt, und das Chronometer zeige genau die Stunde 24 auf dem Zifferblatte, ſo iſt der Beobachter nur bis auf einen Winkel $d\mathfrak{J}$ gewis, ob die Sonne genau im Meridian iſt, in dem Augenblick, da ſie ihm darinnen zu ſeyn dünkt, folglich bleibt er nur bis auf den Zeittheil $\pm \frac{1}{15} d\mathfrak{J}$ an dieſem Tage gewis, ob der Zeiger des Chronometers auch wirklich den wahren Mittag angezeigt hat oder nicht. Es folgt ferner: Wenn bey der

Culmination	die Höhe der Sonne iſt	der Winkel, auf welchen der Beobachter gewis iſt, daß die Sonne im Meridian iſt.	das Chronom. die Zeit zeigt	die Zeit-Gleichung iſt	und der Unterſchied der Zeit, welche das Chronom. zeigt, von der Zeit, welche es zeigen ſoll.
1 ten	$\mathfrak{J}^{\circ}$	$d\mathfrak{J}^{\circ}$	$a + \mu$	v	$\pm (\mu - v.)$
2 ten	$\mathfrak{J}'$	$d\mathfrak{J}'$	$a + \mu'$	u	$\pm (\mu' - u.)$
n ten	$\mathfrak{J}^n$	$d\mathfrak{J}^n$	$a + \mu^m$	− w	$\pm (\mu^m - w.)$

daß der Beobachter mit Zuverſicht gewis ſey von dem gleichförmigen Gang ſeiner Uhr

bey der Beobachtung	bis auf den Zeittheil
1 ſten	$\pm (\frac{1}{15} d\mathfrak{J}^{\circ} + (\mu - v))$
2 ten	$\pm (\frac{1}{15} d\mathfrak{J}' + (\mu' - u))$
n ten	$\pm (\frac{1}{15} d\mathfrak{J} + (\mu^m - w))$

Bemerkungen über den Winkel, auf welchen der Beobachter gewis iſt, daß die Sonne an einem Tage im Meridian ſeines Orts ſtehe.

XIII. Der Winkel $d\mathfrak{J}$ aber hängt bey heiterer Atmoſphäre von einerley Beobachter ab

1) Von der Vergrößerung des Fernrohrs, und der Deutlichkeit, mit welcher das Sonnenbild durch das Moderationsglas beobachtet werden kann.

2) Von der Dicke des Faden Mikrometers im Brennpuncte des Oculars.

3) Von der gleichen Dicke und Rundung der Queraxe des Rohrs.

4) Von der Empfindſamkeit der Waſſerwaage, nach welcher der Verticalſtand des Rohres regulirt wird.

Unterſuchung über die Größe dieſes Winkels.

XIV. Dieſer Winkel ſoll nunmehro unterſucht werden.

Es ſey zu dem Ende die Focallänge des Objectivs des Fernrohrs = λ.

Die Dicke des Fadencreutzes = t.

Der kleinſte Winkel, auf welchen die Waſſerwaage noch eine etwas merkliche Oſcillation macht, gleich l.

Die Vergrößerung des Fernrohrs gleich M.

Die Axe des Fernrohres ſtehe ſenkrecht auf der Bewegungsaxe.

Das Bild der Sonne werde mit der Deutlichkeit 1 durch das Moderationsglas geſehen.

Auch befinde ſich die Axe ab des Fernrohrs in Fig. 1, wenn dieſelbe mit dem Horizonte parallel ſtehet, aufs genaueſte in der Meridianebene dcf des Orts (A).

XV. Dieſen Bedingungen gemäs, iſt alſo einmal, der Beobachter bis auf den Winkel van = l gewis, daß die Bewegungsaxe ſeines Fernrohrs mit dem Horizont AB parallel iſt. Er kann alſo nicht davor ſtehen, wenn die Bewegungsebene $b\beta\delta$ ſeines Fernrohrs mit der Meridianebene den Winkel $cb\beta = nav = ma\mu = l$ macht.

Stehet nun die Sonne in S unter dem Winkel baS über dem Horizont, ſo bleibet der Beobachter nur bis auf den Winkel hr = rch = dck gewis, ob die Sonne ſchon im Meridian iſt, oder ob ſie bereits culminirt hat, wenn auch die Dicke ſeines Fadenkreutzes im Fernrohr verſchwindend dünn wäre; dieſer Winkel kann aus den 2 Seiten bc und hc und dem Winkel bch des ſphäriſchen Dreyecks bhc gefunden werden. Ich ſetze in denſelben hk = $\mathfrak{I}$ und bc = 90, und bediene mich vor dieſen Fall der Formel

$$\text{tang } cbh = \frac{\text{Sin } bch \text{ tang } ch}{\text{Sin } bc - \text{tang } ch \text{ Cos } cb \text{ Cos } bch;}$$

und finde hieraus $\text{Sin } bch = \dfrac{\text{tang } cbh}{\text{tang } (90 - hk)}$ oder $bch = \dfrac{l.}{\text{Cot } \mathfrak{I}}\ 206264.$

Der Beobachter iſt ferner nur bis auf den Winkel $\dfrac{\varphi}{M}$ gewis, wenn die Sonne am Faden ſteht.

XVI. Ferner iſt er nur bis auf den Winkel $\dfrac{t}{x}\ 206264 = haf$ gewis, wenn ſich der Mittelpunct der Sonne in der Bewegungsebene des Fernrohrs befindet; folglich bleibt er in Anſehung des wahren Culminationspuncts der Sonne nur bis auf den Winkel dck + kcu = dcu gewis.

Nun iſt aber in dem bey h rechtwinklicht ſphäriſchen Dreyeck hcf;

$$\text{tang } hcf = \frac{\text{tang } hf}{\text{Sin } cf} \text{ oder } hcf = \frac{hf}{\text{Cos } \mathfrak{J}}; \text{ demnach}$$

$$dcu = (l \text{ tang } \mathfrak{J} + \frac{t}{\lambda} . \text{ Sec } \mathfrak{J})\ 206264 = d\mathfrak{J} \text{ in XII.}$$

wenn $\mathfrak{M}$ ſehr gros iſt, alſo $\frac{\varphi}{\mathfrak{M}}$ ſehr klein iſt.

Dieſe Formel bleibt die nämliche, wenn auch der Beobachter durch die Culmination der Sterne ſein Chronometer zu prüfen ſucht.

Mittel, die mittlere Abweichung des Ganges der Uhr zu finden.

XVII. Wollte man in XII. den Winkel $d\mathfrak{J} = 0$ ſetzen, und die Differenzen $\mu - v$; $\mu' - u$; $\mu^m - w$, in eine Summe zuſammen zählen, und dieſe Summe durch die Anzahl der verfloſſenen Tage dividiren, ſo bekäme man eine Ausgleichung vor den Gang des Chronometers.

Dieſe Ausgleichung wäre nämlich gleich

$$\frac{\mu - v + \mu' - u + \ldots\ldots - \ldots + \ldots - \ldots + \mu^m - w}{n} = da.$$

Je kleiner die Differenzen $\mu - v$, $\mu' - u$, und je größer (n), deſto genauer bekommt man die Ausgleichung des Ganges des Chronometers.

Hat man nun vor dieſe (n) Tage die Ausgleichung $\pm$ da gefunden, ſo kann man annehmen, daß das Chronometer eine folgende Anzahl von (m) Tagen den nämlichen Gang ſo ziemlich behalte; daß iſt, es würde an dem (n+m)ten Tage nach der erſten Culmination in XII. beynahe um $\pm$ m da Zeittheilen von ſeiner gleichförmigen Bewegung, die es eigentlich haben ſollte, abweichen; oder wenn der Buchſtabe N den Tag bezeichnet, an welchem der Beobachter an dem Orte A ſeinen Zeitmeſſer durch die Culmination der Sonne oder eines Sterns, zum erſtenmal prüfte, und nach (n) verfloſſenen Tagen die Ausgleichung $\pm$ da vor ſeinen Gang feſt ſetzte, an dem (n+m)ten Tag nach dem Tage N, in dem Augenblick, da es Mittag an dem Orte A iſt, die Zeit 24 Uhr $\pm$ m da zeigen. Nur muß m von n nicht gar zu weit verſchieden, und n nicht wohl kleiner und m nicht wohl größer als 30 angenommen werden. Den nämlichen Gang wird das Chronometer auch haben, wenn es von dem Orte A nach dem Orte B übergebracht und vor allen Zufällen vorſichtig bewahret wird. Es wird an dem Orte B an dem (n+m)ten Tag nach dem Tage N, in dem nämlichen Augenblick (R), da es in dem Orte A Mittag iſt, auch 24 Uhr $\pm$ m da zeigen.

XVIII. Zeigte das Chronometer in dieſem Augenblick (R) die Zeit 24 Uhr $\pm$ dv, ſo iſt ſeine Bewegung während den letztern (m) Tagen nicht gleichförmig geweſen ſeiner Bewegung, die es in den erſtern (n) Tagen hatte, da die Ausgleichung da vor ihn feſtgeſetzt wurde; und ſie war mehr oder minder von derſelben verſchieden, je nachdem dv größer oder kleiner iſt, als da; und es folgt hieraus, daß die Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter in dem Orte B den Augenblick der Zeit ſeiner Beobachtung, da er nämlich die Höhe der Sonne mit ſeinem Sextanten mißt, angeben kann, auch abhängen müſſe von dem Zeittheil dv.

XIX. Es zeiget demnach d v in dieſem Falle den Unterſchied in dem Gang des Chronometers innerhalb den n erſtern und m folgenden Tagen an. Dieſer Unterſchied aber läßt ſich nur mit Hülfe der Erfahrung finden; und ich will die Gränzen von demſelben für das von Hrn. Joſiah Emery verfertigte Chronometer aufſuchen, aus den Beobachtungen, welche Se. Ex. Hr. Graf von Brühl, Beſitzer deſſelben, das ganze 1784ſte Jahr mit äußerſter Sorgfalt und Vorſicht hierüber angeſtellt haben. Das Tagebuch deſſelben vor das ganze 1784ſte Jahr iſt folgendes:

1784		Zeit, welche die Uhr gewieſen.				Mittlere Zeit im wahren Mittage.				Davon der Uhr Unterſchied.				Täglicher Gang.		
		St.	′	″		St.	′	″			′	″				″
Januar.	3	0	5	56	7	0	4	56	80	+	1	0	20	+	1	30
	5	0	6	53	25	0	5	51	2	+	1	2	25	+	0	55
	17	0	11	42	20	0	10	33	4	+	1	8	8	+	1	6
	18	0	12	3	55	0	10	52	8	+	1	10	4	+	0	78
	24	0	13	48	90	0	12	33	8	+	1	15	1	+	1	15
	25	0	14	4	15	0	12	47	9	+	1	16	25	+	0	18
	28	0	14	42	00	0	13	25	2	+	1	16	8	+	0	6
	29	0	14	53	40	0	13	36	0	+	1	17	4	+	0	8
	30	0	15	4	10	0	13	45	9	+	1	18	2	+	0	35
Februar.	1	0	15	20	60	0	14	8	1	+	1	17	5	+	0	82
	2	0	15	28	72	0	14	10	4	+	1	18	32	+	1	2
	3	0	15	36	34	0	14	17	0	+	1	19	34	+	0	31
	4	0	15	42	35	0	14	22	7	+	1	19	65	+	1	3
	7	0	15	58	25	0	14	34	7	+	1	23	35	+	1	17
	10	0	16	6	75	0	14	39	7	+	1	27	05	+	0	55
	11	0	16	7	5	0	14	39	9	+	1	27	6	+	0	75
	13	0	16	7	0	0	14	37	9	+	1	29	1	+	0	47
	19	0	15	46	5	0	14	14	6	+	1	31	9	+	0	5
	23	0	15	19	4	0	13	45	4	+	1	34	0	+	0	5
	25	0	15	0	9	0	13	27	0	+	1	33	9	+	0	6
März.	1	0	14	1	92	0	12	31	0	+	1	30	92	+	0	12
	2	0	13	49	0	0	12	18	2	+	1	30	8	+	0	1
	3	0	13	35	87	0	12	4	9	+	1	30	9	+	0	45
	4	0	13	22	45	0	11	51	1	+	1	31	35	+	0	25
	5	0	13	8	5	0	11	36	29	+	1	31	6	+	0	18
	7	0	12	38	44	0	11	7	2	+	1	31	24	+	1	14
	8	0	12	21	9	0	10	51	8	+	1	30	1	+	0	47
	12	0	11	18	6	0	9	46	6	+	1	32	0	+	0	52
	14	0	10	45	55	0	9	12	5	+	1	33	05	+	0	33
	15	0	10	28	48	0	8	55	1	+	1	33	38	+	0	52
	16	0	10	11	4	0	8	37	5	+	1	33	9	+	0	57
	17	0	9	54	17	0	8	19	7	+	1	34	47	+	0	69

1784		Zeit, welche die Uhr gewieſen.				Mittlere Zeit im wahren Mittage.				Davon der Uhr Unterſchied.				Täglicher Gang.		
		St.	′	″		St.	′	″			′	″			″	
März	18	0	9	35	56	0	8	1	8	+	1	33	76	+	0	3
	19	0	9	17	53	0	7	43	8	+	1	33	73	+	0	33
	21	0	8	41	7	0	7	7	3	+	1	34	4	+	0	03
	22	0	8	23	27	0	6	48	9	+	1	34	3	+	0	71
	24	0	7	47	8	0	6	12	0	+	1	35	8	+	0	66
	27	0	6	53	97	0	5	16	2	+	1	37	77	+	0	43
	28	0	6	35	6	0	4	57	6	+	1	38	2	+	0	64
	31	0	5	41	9	0	4	1	8	+	1	40	1	+	0	25
April.	1	0	5	23	15	0	3	43	3	+	1	39	15	+	0	59
	5	0	4	13	8	0	2	31	1	+	1	42	7	+	0	1
	8	0	3	21	4	0	1	39	0	+	1	42	4	+	0	15
	9	0	3	4	65	0	1	22	1	+	1	42	55	+	0	45
	12	0	2	17	11	0	0	33	2	+	1	43	91	+	0	8
	15	0	1	33	8	23	59	47	5	+	1	46	3	−	1	02
	16	0	1	18	28	23	59	33	0	+	1	45	28	−	2	54
	18	0	0	45	3	23	59	5	1	+	1	40	2	−	2	73
	24	23	59	15	73	23	57	51	9	+	1	23	83	+	0	27
	25	23	59	5	4	23	57	41	3	+	1	24	1	+	0	01
	26	23	58	55	31	23	57	31	2	+	1	24	11	+	0	39
	27	23	58	46	1	23	57	21	6	+	1	24	5	+	1	3
	28	23	58	38	2	23	57	12	4	+	1	25	8	+	0	4
	29	23	58	29	9	23	57	3	7	+	1	26	2	−	1	0
	30	23	58	20	7	23	56	55	5	+	1	25	2	+	0	7
Mäy.	2	23	58	6	14	23	55	40	8	+	1	25	34	+	0	77
	3	23	58	0	31	23	56	34	2	+	1	26	11	−	0	63
	4	23	57	53	68	23	56	28	2	+	1	25	48	−	0	48
	5	23	57	47	8	23	56	22	8	+	1	25	0	−	1	2
	6	23	57	41	7	23	56	17	9	+	1	23	8	−	0	77
	7	23	57	36	163	23	56	13	6	+	1	23	03	−	0	97
	9	23	57	27	89	23	56	6	8	+	1	21	09	−	1	04
	10	23	57	24	25	23	56	4	2	+	1	20	05	−	0	73
	12	23	57	19	47	23	56	0	9	+	1	18	57	−	1	07
	13	23	57	17	6	23	56	0	1	+	1	17	5	−	0	25
	15	23	57	17	4	23	56	0	4	+	1	17	0	−	0	3
	16	23	57	18	2	23	56	1	5	+	1	16	7	−	0	75
	17	23	57	19	05	23	56	3	1	+	1	15	95	−	0	79
	18	23	57	20	46	23	56	5	3	+	1	15	16	−	1	2
	19	23	57	22	06	23	56	8	1	+	1	13	96	−	2	4

1784		Zeit, welche die Uhr gewieſen.				Mittlere Zeit im wahren Mittage.				Davon der Uhr Unterſchied.			Täglicher Gang.	
		St.	′	″		St.	′	″		′	″		″	
May.	20	23	57	22	96	23	56	11	4	+ 1	11	56	− 1	56
	21	23	57	25	3	23	56	15	4	+ 1	10	0	− 1	0
	22	23	57	28	6	23	56	19	6	+ 1	9	0	− 1	88
	23	23	57	31	52	23	56	24	4	+ 1	7	12	− 2	82
	24	23	57	34	0	23	56	29	7	+ 1	4	3	− 2	3
	25	23	57	37	5	23	56	35	5	+ 1	2	0	− 1	71
	27	23	57	47	28	23	56	48	7	+ 0	58	58	− 1	63
	28	23	57	52	75	23	56	55	9	+ 0	56	95	− 0	6
Jun.	2	23	58	32	08	23	57	38	1	+ 0	53	98	− 1	39
	4	23	58	49	0	23	57	57	8	+ 0	51	2	− 1	53
	9	23	59	36	05	23	58	52	5	+ 0	43	55	− 1	68
	11	23	59	56	38	23	59	16	2	+ 0	40	18	− 1	55
	12	0	0	7	13	23	59	28	5	+ 0	38	63	− 1	9
	16	0	0	50	6	0	0	19	4	+ 0	31	2	− 2	15
	18	0	1	12	2	0	0	45	3	+ 0	26	9	− 1	32
	19	0	1	23	98	0	0	58	4	+ 0	25	58	− 0	1
	20	0	1	37	07	0	1	11	5	+ 0	25	57	− 1	27
	21	0	1	48	8	0	1	24	5	+ 0	24	3	− 0	43
	25	0	2	38	4	0	2	15	8	+ 0	22	6	− 0	47
	28	0	3	14	0	0	2	52	8	+ 0	21	2	− 1	19
Jul.	3	0	4	4	67	0	3	49	4	+ 0	15	27	− 2	46
	6	0	4	30	21	0	4	20	4	+ 0	9	81	− 0	77
	7	0	4	37	25	0	4	30	0	+ 0	7	25	− 1	85
	11	0	5	8	56	0	5	4	4	+ 0	4	16	− 1	25
	13	0	5	20	1	0	5	19	1	+ 0	1	0	− 0	5
	15	0	5	32	0	0	5	32	0	0	0	0	− 0	92
	17	0	5	38	86	0	5	42	8	− 0	3	94	− 1	22
	18	0	5	44	38	0	5	47	4	− 0	3	02	− 1	14
	20	0	5	54	52	0	5	55	1	− 0	0	58	− 1	6
	22	0	6	2	2	0	6	0	5	+ 0	1	7	− 0	14
	23	0	6	5	6	0	6	2	3	+ 0	2	76	− 0	71
	31	0	5	56	2	0	5	54	6	+ 0	1	6	+ 0	37
Aug.	1	0	5	51	79	0	5	50	9	+ 0	0	89	− 1	74
	2	0	5	47	76	0	5	46	5	+ 0	1	26	− 1	27
	5	0	5	27	57	0	5	30	1	− 0	2	53	− 1	5
	6	0	5	19	37	0	5	23	4	− 0	4	03	− 0	97
	7	0	5	19	27	0	5	16	2	− 0	5	0	− 0	69
	8	0	5	4	09	0	5	8	4	− 0	4	31	− 0	29

Jahre		Zeit, welche die Uhr gewieſen.				Mittlere Zeit im wahren Mittage.				Davon der Uhr Unterſchied.			Täglicher Gang.	
		St.	′	″		St.	′	″		′	″		″	
Aug.	9	0	4	55	5	0	5	0	1	− 0	4	6	− 0	65
	13	0	4	14	1	0	4	21	3	− 0	7	2	− 1	4
	14	0	4	1	7	0	4	10	3	− 0	8	6	− 1	5
	15	0	3	48	7	0	3	58	8	− 0	10	1	− 1	34
	16	0	3	35	36	0	3	46	8	− 0	11	44		
Sept.	4	0	3	25	24	23	58	33	3	+ 4	51	94	− 0	09
	5	0	3	5	25	23	58	13	4	+ 4	51	85	− 0	05
	8	0	2	4	7	23	57	13	0	+ 4	51	7	− 0	62
	9	0	1	43	68	23	56	52	6	+ 4	51	08	+ 0	81
	11	0	1	4	0	23	56	11	3	+ 4	52	7	+ 1	32
	16	23	59	26	3	23	54	27	0	+ 4	59	3		
October.	5	23	47	53	0	23	48	10	6	− 0	17	6	− 1	1
	6	23	47	34	8	23	47	53	5	− 0	18	7	+ 0	21
	14	23	45	36	6	23	45	53	6	− 0	17	0	− 0	1
	15	23	45	23	9	23	45	41	0	− 0	17	1	+ 0	8
November.	3	23	43	45	5	23	43	45	5	− 0	15	63	+ 0	8
	7	23	43	41	5	23	43	56	8	− 0	15	63	− 0	1
	8	23	43	46	3	23	44	1	7	− 0	15	4	+ 0	28
	10	23	43	59	35	23	44	14	2	− 0	14	85	+ 0	52
	11	23	44	7	47	23	44	21	8	− 0	14	33	+ 0	03
	12	23	44	16	0	23	44	30	3	− 0	14	3	+ 1	45
	13	23	44	26	75	23	44	39	6	− 0	12	85	+ 0	35
	19	23	45	41	07	23	45	52	7	− 0	11	63	+ 0	13
	20	23	45	56	2	23	46	7	7	− 0	11	5	+ 0	87
	21	23	46	11	37	23	46	23	5	− 0	12	37	+ 0	41
	23	23	46	45	85	23	46	57	4	− 0	11	55	− 0	42
	25	23	47	21	8	23	47	34	2	− 0	12	4	+ 0	47
	27	23	48	1	54	23	48	13	0	− 0	11	46	− 0	54
	28	23	48	22	0	23	48	34	0	− 0	12	0	+ 0	08
December.	1	23	49	29	95	23	49	41	7	− 0	11	75	+ 0	82
	2	23	49	54	28	23	50	5	9	− 0	10	93	+ 0	66
	9	23	53	0	0	23	53	6	3	− 0	6	3	− 0	27
	10	23	53	27	57	23	53	34	1	− 0	6	57	+ 0	34
	11	23	53	56	07	23	54	2	3	− 0	6	23	+ 0	27
	12	23	54	24	4	23	54	30	9	− 0	6	5	+ 0	54
	14	23	55	23	5	23	55	29	0	− 0	5	5	− 0	01
	15	23	55	53	0	23	55	58	4	− 0	5	4	+ 0	15
	16	23	56	22	75	23	56	28	0	− 0	5	25	+ 0	09

1784		Zeit, welche die Uhr gewieſen.				Mittlere Zeit im wahren Mittage.				Davon der Uhr Unterſchied.			Täglicher Gang.	
		St.	'	"		St.	'	"		'	"		"	
December.	20	23	58	22	6	23	58	27	5	– 0	4	9	+ 0	05
	21	23	58	52	7	23	58	52	7	– 0	4	9	+ 0	79
	22	23	59	23	4	23	59	27	6	– 0	4	2	+ 0	4
	23	23	59	53	7	23	59	57	5	– 0	3	8	– 0	43
	26	0	1	21	8	0	1	96	9	– 0	5	1	+ 0	2
	28	0	2	21	1	0	2	25	8	– 0	4	7	+ 0	9
	29	0	2	51	2	0	2	55	0	– 0	3	8	+ 0	47
1785 Januar.	7	0	7	2	8	0	7	2	4	+ 0	0	4	– 0	16
	10	0	8	16	8	0	8	16	8	0	0	0	– 0	64
	21	0	11	52	1	0	11	59	2	– 0	7	1	+ 0	85
	23	0	12	24	4	0	12	29	8	– 0	5	4	+ 0	51
	29	0	13	39	6	0	13	41	9	– 0	2	3	+ 1	18
	31	0	13	59	67	0	13	59	6	+ 0	0	07	+ 1	36
Februar.	1	0	14	8	77	0	14	7	3	+ 0	1	43	– 0	05
	4	0	14	26	54	0	14	26	3	+ 0	1	24	– 0	17
	8	0	14	38	73	0	14	38	2	+ 0	0	53	– 0	08
	9	0	14	39	85	0	14	39		+ 0	0	45	0	0
	13	0	14	37	06	0	14	36	6	+ 0	0	46	+ 0	14
	14	0	14	34	6	0	14	34	0	+ 0	0	6	– 0	36
	19	0	14	8	5	0	14	9	7	– 0	1	2	+ 0	28
	20	0	14	1	88	0	14	2	8	– 0	0	92	+ 0	47
	23	0	13	38	48	0	13	38	0	+ 0	0	48	+ 0	75
	25	0	13	20	59	0	13	18	4	+ 0	2	19	+ 0	24
	28	0	12	46	27	0	12	44	8	+ 0	1	47	+ 0	9
März.	1	0	12	34	97	0	12	32	6	+ 0	2	37	– 0	63
	6	0	11	23	4	0	11	24	8	– 0	1	4	+ 0	44
	11	0	10	8	11	0	10	7	3	+ 0	0	81		

Unterſuchung über die monatliche Ausgleichung des Chronometers.

XX. Addiret man in dieſem Tagebuch den täglichen mittlern Gang des Chronometers, in jedem Monat des Jahrs 1784 in eine Summe, und theilet dieſelbe durch die Anzahl der Beobachtungen, die in demſelben ſind gemacht worden, ſo bekommt man einen ausgeglichſten Gang der Uhr vor jeden Monat, und dieſer iſt folgender:

Jahr 1784.

Monat.		Ausgeglichter Gang der Uhr.	Durch ein Mittel von Beobachtungen.	Unterſchied des Gangs der Uhr in jedem Monat.
Januar	3. bis 28.	+ 0″, 123.	7	—
Februar	1. — 25.	+ 0″, 806.	11	+ 0″, 683.
März	1. — 27.	+ 0″, 4317.	18	+ 0″, 3087.
April	1. — 27.	+ 0″, 330.	12	+ 0″, 2070.
May	2. — 28.	− 1″, 1261.	23	− 1″, 0031.
Juny	2. — 28.	− 1″, 2483.	12	− 1″, 125.
July	2 — 28.	− 1″, 0217.	12	− 0″, 8987.
Auguſt	1. — 16.	− 1″, 0318.	11	− 0″, 9088.
September	4. — 11.	+ 0″, 294.	5	+ 0″, 171.
October	5. — 15.	− 0″, 1525.	4	− 0″, 0295.
November	3. — 28.	+ 0″, 5392.	14	+ 0″, 2162.
December	1. — 28.	+ 0″, 355.	16	+ 0″, 232.

Eigenſchaften, welche ſich aus dieſer monatlichen Ausgleichung für den Gang der Uhr ergeben.

XXI. Aus dieſer Tabelle ziehe ich folgende Eigenſchaften für den ausgegleichten Gang der Uhr in jedem Monat:

1) Iſt der ausgegleichte monatliche Gang der Uhr, von dem wahren gleichförmigen Gang, den ſie wirklich haben ſoll, verſchieden

höchſtens um 1″, 125 }
wenigſtens — 0″, 100 } Secunden durchs ganze Jahr.

2) Iſt ihr abgegleichter Gang in einem Monat, von dem abgegleichten Gang, den ſie in einem andern Monat des nämlichen Jahres hatte, verſchieden

höchſtens um 1″, 125 }
mindeſtens — 0″, 03 } Secunden.

3) War das Voreilen und Zurückbleiben der Uhr, durchs ganze Jahr hindurch ſo beſchaffen, daß es ſich ſehr nahe gegen einander aufhob. Denn ihrem abgegleichten monatlichen Gange nach

eilte ſie vor 80″, 36 in 7 Monaten;
blieb ſie zurück 139″,90 in 5 Monaten.

folglich blieb die Uhr ihrem abgegleichten monatlichen Gang nach zurück um 59″, 56 Secunden.

Folgerungen aus dieſen Eigenſchaften des Ganges der Uhr auf die Zuverläßigkeit, mit welcher ein Zeitaugenblick von derſelben als wahr angegeben werden kann.

XXII. Aus dieſen Eigenſchaften der Uhr ziehe ich nun folgende Schlüſſe für die Zuverläßigkeit ihres monatlich abgegleichten Ganges.

Ich heiße ein vor allemal den Unterſchied des abgegleichten monatlichen Ganges der Uhr, von dem wahren wirklichen gleichförmigen Gang, den ſie haben ſoll, ihre monatliche Ausgleichung; und ſetze:

Es bezeichne der Buchſtabe	die möglichſt	
P	größte	Monatliche Ausgleichung, die ſie nur immer in einem Monat des Jahrs haben kann, nach authentiſchen Proben und Prüfungen.
P°	kleinſte	
dQ	größten	Unterſchied der monatlichen Ausgleichung von der monatlichen Ausgleichung in einem andern Monat.
dQ°	kleinſten	

Es ſey ferner an einem Orte (A) die monatliche Ausgleichung der Uhr = X, und der Beobachter reiſt mit derſelben an dem Tage (Z), da er ihre Ausgleichung X feſtgeſetzt hat, mit derſelben ab, und kommt nach N Tagen mit derſelben an einen Ort B, und ſiehet, daß allda an einem Augenblick (F) der Zeiger der Uhr die Zeit (a) weißt.

Der Beobachter wird alſo ſagen, es ſey die corrigirte Zeit des Augenblicks (F)

gleich $a \pm NX$.

XXIII. Hätte ferner am Tage (Z) der Zeiger der Uhr an dem Orte (A) in dem Augenblick, da die Sonne in dem Meridian deſſelben war, die Zeit $o \pm y$ gewieſen, ſo wird der Beobachter ſagen, die corrigirte Zeit des Augenblicks (F)

ſey gleich $a \mp y \pm N.X$.

XXIV. Es fragt ſich nun, mit welcher Zuverläßigkeit kann der Beobachter ſagen, daß die Zeit des Augenblicks (F) wirklich die Zeit $a \mp y \pm NX$ ſeines Ortes (A) ſey?

Natürlich hängt dieſe Zuverlaßigkeit von der Gewißheit ab, mit welcher der Beobachter weis, daß ſich der Gang ſeiner Uhr nicht geändert, oder die Ausgleichung immer X geblieben iſt.

Hierüber aber hat er nun keine andere Gründe anzugeben, als daß er ſagen kann: ich weis durch ſorgfältige Prüfung meiner Uhr, daß ihre Ausgleichung nicht größer als P, und nicht kleiner als P° werden kann. Ich weis ferner, daß die monatliche Ausgleichung meiner Uhr am N ten Tage von dem Tage (Z) nicht mehr als um dQ, und nicht weniger als um dQ° verſchieden ſeyn kann, von der Ausgleichung X, die ich am (Z) ten Tage für ihren Gang feſtgeſetzt habe; es kann alſo ihre Ausgleichung $X + dX$ höchſtens $= dQ$ oder $X - dX = dQ°$ ſeyn, und muß jederzeit zwiſchen den Gränzen P und P° enthalten ſeyn.

Nun aber entſtehet die Hauptfrage, wie lange iſt die Ausgleichung der Uhr während der N Tagen gleich X geblieben? wurde ſie wirklich $\pm dX$? und hier muß der Beobachter folgende Fälle als möglich zugeben.

Die Ausgleichung der Uhr kann $X \pm dX$ worden ſeyn auf der Reiſe

Vom Tage	bis zum Tage	
$N-(N-1)$ ten	$N-(N-2)$ ten	gleichförmig oder ungleichförmig.
$(N-1)$ ten	N ten	gleichförmig oder ungleichförmig.
$N-(N-1)$ ten	N ten	gleichförmig oder ungleichförmig.

Oder die Ausgleichung kann auch X geblieben ſeyn, vom $N-(N-1)$ ten bis N Tag der Reiſe, oder bald $X+dX'$, bald $X+dX$ geweſen, und die dX' und dX ſich während den N Tagen gegen einander aufgehoben haben.

XXV. Unter allen dieſen Fällen aber iſt wohl derjenige der häufigſte, nach welchem der Gang der Uhr vom $N-(N-1)$ ten bis N ten Tag gleichförmig oder ungleichförmig beſchleiniget werden kann.

Ich will nun annehmen, die Uhr habe Tag vor Tag ihren Gang, um den kleinen Zeittheil $\overset{n}{d}a$ beſchleiniget, dergeſtalt, daß wenn ſie einen ganzen Monat lang ſo fort gienge, ihre monatliche Ausgleichung gleich P, alſo die möglichſt gröſte würde, die ſie haben kann.

Dieſemnach eilt die Uhr vor, am Tage der Abreiſe um X Zeittheile.

nach der Abreiſe am 1ten um $2X + \overset{n}{d}a$.

am 2ten um $3X + 3\overset{n}{d}a$.

am 29ten um $30X + \overset{n}{d}a\,(1+2\,(30-1))$.

Es iſt alſo ihre Ausgleichung, wenn ſie die möglichſt gröſte iſt, gleich

$$+\frac{30X + 30^2.\,\overset{n}{d}a.}{30} = P.$$

demnach $\overset{n}{d}a = \frac{1}{30}.\,(P - X)$.

Der Beobachter iſt alſo nur auf den Zeittheil $\overset{n}{d}a$ gewis, daß die Ausgleichung ſeiner Uhr X geblieben ſey; er weis alſo einmal nicht, ob die Zeit des Augenblicks (F), an dem Orte (B), $a \mp y - NX$; oder $a \mp y - NX - N\overset{n}{d}a$ ſey, das iſt, er iſt in dieſer Zeit nur bis auf $NX - \frac{1}{30}N(29X+P)$ gewis, daß die Uhr den Augenblick (F) nicht zu früh angebe.

XXVI. Ferner kann der Beobachter auch nicht davor ſtehen, daß ſeine Uhr nicht, etwas während der N Tagen zurück bleibe, und alſo ihre Ausgleichung X, gleich, $X-dX$ werde.

Bleibt die Uhr täglich um $\overset{n}{d}a$ zurück, ſo iſt ſie innerhalb 30 Tagen um $\overset{n}{d}a\,(1+2.(30-1))$ zurückgeblieben gegen den Gang, den ſie haben würde, wenn $dX=0$ wäre. Soll nun aber ihre monatliche Ausgleichung die kleinſte werden, ſo kann ſie nicht kleiner als P^{o} werden. Es iſt demnach in dieſem Falle ihre monatliche Ausgleichung

$$X - 30\,\overset{n}{d}a = P^{o};\ \text{alſo}\ \overset{n}{d}a = \frac{1}{30}(X - P^{o}).$$

Der Beobachter weis alſo nicht gewis in dieſem Falle, ob die richtige Zeit des Augenblicks (F) an dem Orte (B) ſey

$$a \mp y + NX, \text{ oder } a \mp y + NX + N.\, \overset{n}{d\alpha}.$$

er bleibt alſo in Anſehung dieſes Augenblicks der Zeit nur bis auf die Zeit $NX - \frac{1}{30} N. (31\,X - P^{\circ})$ gewis, daß er den Augenblick (T) nicht zu ſpät angiebt.

Anwendung hiervon auf die Zuverläßigkeit, mit welcher der Beobachter den Augenblick der Beobachtung angeben kann.

XXVII. Erinnert man ſich an das, was in XI, XII, XIII bis XVI geſagt worden, ſo wird man einſehen, daß von dieſen beyden Zeittheilen, auf welche der Beobachter in Anſehung des gleichförmigen Ganges ſeiner Uhr gewis iſt, nicht einzig und allein die Zuverläßigkeit abhänge, mit welcher er den Zeitaugenblick (F) an dem Orte B angeben kann. Denn ich habe in XXIII angenommen, die Uhr ſey um die Zeit y von dem Mittage am Tage (Z) abgewichen. Dieſe Abweichung aber fand der Beobachter durch Beobachtung des Augenblicks der Culmination der Sonne an dem Tage (Z); er iſt aber in dieſer Zeit y nur bis auf den Winkel $d\mathfrak{J}$ in XVI gewis. Wäre nun y poſitiv geweſen, ſo würde folgen, daß der Beobachter in Anſehung des Augenblicks (F) gewis wäre bis auf die Zeit

$$NX - \tfrac{1}{15}\left(d\mathfrak{J} + \tfrac{1}{2} N. (29\,X + P)\right) \text{ zu früh;}$$

auf die Zeit

$$NX - \tfrac{1}{15}\left(d\mathfrak{J} + \tfrac{1}{2} N. (31\,X - P^{\circ})\right) \text{ zu ſpäth.}$$

Aus dieſem folgt nun, wenn ich ſetze, dieſer Augenblick (F) ſey die Zeit C der Beobachtung der Höhe der Sonne mit dem Sextanten an dem Orte B, in I; daß auch dC in V ſeyn müßte gleich, nach Zeittheilen

$$-\left\{\begin{matrix} \frac{1}{15}\left(\left(l\,\text{tang}\,\mathfrak{J} + \frac{t}{\lambda}\,\text{Sec}\,\mathfrak{J}\right) 206264 + \frac{1}{2}.\, N\,(29\,X - P)\right); \\ \frac{1}{15}\left(\left(l\,\text{tang}\,\mathfrak{J} + \frac{t}{\lambda}\,\text{Sec}\,\mathfrak{J}\right) 206264 + \frac{1}{2}.\, N\,(31\,X - P^{\circ})\right). \end{matrix}\right\} + NX.$$

Unterſuchung über den kleinen Winkel, auf welchen der Beobachter, in Rückſicht der wahren Höhe der Sonne über dem Horizont des Orts B gewis, die er mit ſeinem Inſtrument gemeſſen hat.

XXVIII. Nunmehro wäre alſo in dem Ausdruck in VIII.

$$dD = 15\,dC + \frac{\text{Cos}\,\alpha.\; d\alpha.\; 206264}{\text{Cos}\,z\;\; \text{Cos}\,\delta\;\; \text{Sin}\,\tau}$$

nach welchem ich die Zuverläßigkeit berechnen werde, mit welcher der Beobachter den Unterſchied der Meridiane der Oerter A und B vermittelſt ſeines Hadleyſchen Octanten und ſeines Chronometers finden kann, der Werth von dC oder der kleine Zeittheil entwickelt, auf welchen der Beobachter in Anſehung der richtigen Zeit des Augenblicks der Beobachtung an dem Orte B, in Rückſicht des gleichförmigen Ganges ſeines Chronometers, gewis ſeyn kann. Ich werde alſo nunmehr weiter gehen, und noch den kleinen Winkel dα aufſuchen, auf welchen der

Beobachter in Rückſicht der wahren Höhe der Sonne über dem Horizont des Orts B in dem Augenblick der Beobachtung gewis iſt, wenn er dieſe Höhe mit ſeinem Sextanten mißt; und hierüber bemerke ich folgendes:

Der Werth von dα hängt ab von folgenden Stücken, wenn das Wetter der Beobachtung ſehr günſtig iſt:

1) Von der Geſichtsſchärfe und Sinnen des Beobachters.
2) Von der Höhe der Sonne.
3) Von der Reflexionsebene, Figur, Photometr. Weiſſe und Lage.
4) Von der Sättigung des Moderationsglaſes vor dem Objectivglas.
5) Von der Oeffnung des Objectivs und der Oculare des Fernrohrs.
6) Von der Anzahl der Gläſer des Fernrohrs und deſſen Vergrößerung.
7) Von dem Winkel, unter welchem daſſelbe die Fundamentallinie des Sextanten durch den Anfangspunct der Theilung ſchneidet.
8) Von der Ebene, Lage und Beſchaffenheit der Reflexionsebenen des Inſtruments.
9) Von der Vergrößerung der Luppe über der Eintheilung des Nonii.
10) Von dem Halbmeſſer der Eintheilung auf dem Limbo.
11) Von der Genauigkeit der Eintheilung des Nonii.
12) Von der Genauigkeit der Eintheilung des Limbi.

Geſchäffte des Beobachters bey Beſtimmung der Länge des Orts B.

XXIX. Das erſte, was der Beobachter zu thun hat, iſt dieſes, daß er ſich von der Lage der Reflexionsebenen ſeines Inſtruments überzeugt;

a. Er ſieht nämlich directe nach der Sonne, und führet die Alhidade auf dem Limbo ſo lange vor oder rückwärts, bis das reflectirte Bild der Sonne genau an dem directen Bild derſelben im Fernrohre ſtehet: ſteht in dieſem Fall der Index genau auf dem Punct 0, ſo iſt der Spiegel mit dem Reflexionsglaſe genau parrallel; ſteht er aber um einen Winkel $\pm \psi$ von demſelben ab, ſo notirt er ſich denſelben.

b. Er ſtellet 2tens den Index auf einen Grad der Eintheilung, auf welchen er ungefähr zu ſtehen kommen würde, wenn er ſogleich die Höhe der Sonne eben jetzt nehmen wollte; wäre z. E. die Höhe der Sonne 39° 50′, ſo könnte er ſogleich den Index auf 40° ſtellen, und ſodann mit großer Sorgfalt den Augenblick abpaſſen, in welchem das reflectirte Bild der Sonne genau an dem quaſi directen im Fernrohr ſtehet, während der Index auf dem 40ſten Grad feſtgeſtellt iſt. Dieſen Augenblick notirt ſich der Beobachter nach ſeinem Chronometer, und nimmt daraus die Maasregeln, die Länge des Orts B zu berechnen.

Durchzählung der Fehler, die hiebey vorfallen können.

XXX. Aus dieſem Verfahren des Beobachters erſiehet man, daß er ſich irren kann, einmal in dem parallelen Stande der Reflexionsebene des Inſtruments; indem er nur bis auf einen kleinen Winkel gewis iſt, daß beyde Bilder der Sonne im Fernrohr genau wirklich beyſammen ſtehen, und eben ſo in Anſehung des Standes des Index, daß derſelbe gerade den Grad ψ ſchneide.

Zweytens, kann ſich der Beobachter irren, indem er glaubt, das quaſi directe Bild ſtehe genau an dem reflectirten Bild der Sonne während der Beobachtung ſelbſt, und der Index ſtehe genau auf dem Theilſtrich 40.

Drittens, kann ſich der Beobachter irren, indem er glaubt, ſeine Reflexionsebene ſey genau ein mathematiſches planum, und ſtehe genau in der Horizontalebene.

Unterſuchung über die Größe dieſer Fehler.

XXXI. Wie weit ſich dieſe Irrthümer erſtrecken mögen, will ich nunmehro unterſuchen. Was den erſten Irrthum anbelangt, da der Beobachter glaubt, das directe Bild der Sonne ſtehe genau an dem reflectirten Bild derſelben im Fernrohr, ſo hanget derſelbe ab von der Deutlichkeit, mit welcher er beyde Bilder im Fernrohr ſiehet.

Soll dieſe Deutlichkeit die möglichſt größte ſeyn, ſo muß das Moderationsglas gerade ſo viel Licht durchlaſſen, daß er das directe Bild noch unter der ſcheinbaren Klarheit $\frac{\dot{u}\,\omega^2\,\mathfrak{A}\,\text{Sin}^2\varrho\,\text{Cos}^2 p\,\text{Cos}^2 M\varrho}{\mu^2\,w^2}$ ſiehet; oder es muß nach §. 7. ſeyn, wenn auch hier noch auf den Lichtverluſt in und auf dem Reflexionsglaſe Rückſicht genommen wird,

$$a'.\,u.\,n\,n\,m\,x^2\,\text{Cos}^2\tfrac{1}{2}\alpha = \dot{u}\,\omega^2\,\mathfrak{A}\,\text{Cos}^2 p\,\text{Sin}^2 M\varrho;$$

$$\text{oder } a' = \frac{\dot{u}\,\omega^2\,\mathfrak{A}\,\text{Cos}^2 p\,\text{Sin}^2 M\varrho}{u\,n.\,n.\,m.\,x^2\,\text{Cos}^2\frac{1}{2}\alpha.} = 0,037489.$$

XXXII. In dieſem Falle alſo muß der Beobachter, da er nach der Sonnen directe mit dem Fernrohr ſiehet, ein Moderationsglas haben, das von 1000000 auf ſeine Ebene fallenden Strahlen nur 37489 hindurch läßt. Siehet er hingegen nach der Reflexionsebene, ſo muß er ein Moderationsglas haben, das weniger geſättiget iſt, und von 1000000 Strahlen, die auf ſeine Ebene fallen, 452460 hindurch läßt, wenn er in jedem Fall das Sonnenbild in dem Fernrohr mit der größten erleidlichen Klarheit ſehen ſoll, nach §. 11. IV.

Ferner iſt die Zuverläßigkeit, mit welcher er beyde Bilder, das directe und reflectirte, im Fernrohr zuſammen bringen kann, in dieſem Falle gleich

$$\frac{1}{M}\,\phi.\left(1 \pm \sqrt[u]{\frac{\dot{u}\,\omega^2\,\mathfrak{A}\,\text{Cos}^2 p\,\text{Sin}^2 M\varrho}{u\,p\,q\,a'\,n\,m\,x^2\,\text{Cos}^2\frac{1}{2}(a+\psi)\,\text{Cos}^2\frac{1}{2}a}}\right) \text{ nach §. 11. IV.}$$

Ich finde dieſen Winkel, wenn ich $\psi = 30'$, und $a = 0,037489$ ſetzte, gleich $10'',184$. Dieſer Winkel giebt die Gränze ab, innerhalb welche der Fehler, der wirklich begangen worden, hineinfällt. Auch iſt in Anſehung des Standes des Indicis an den Bogen ψ die Gränze der Fehler ein Winkel von 8 Secunden, nach §. 5, III, a.

Nach §. 11. IV. 7. iſt die Gränze der möglichen Fehler ein Winkel von $9'',3$ bey der Beobachtung ſelbſt, und in Anſehung des Standes des Indicis auf den 40ſten Grad iſt dieſe Gränze $8''$.

Letztlich iſt auch nach §. 11. IV. 12. der Beobachter in Anſehung des Plani der Reflexionsebene und der Lage derſelben gewis, daß die Richtung, nach welcher die Strahlen ins

Fernrohr kommen, die wahre ſey, bis auf einen Winkel von 47″, 6; im Fall er nämlich bey Prüfung ihrer Ebene bey einem Durchmeſſer derſelben von 6 Zoll, nur bis auf eine Abſciſſe von 1^{IV} gewis iſt, daß ſie ein mathematiſches Planum ſey oder nicht. Zähle ich nun alles zuſammen, ſo folgt, daß der Beobachter mit ſeinem Inſtrument, im Falle zwar die Eintheilung deſſelben auf dem Limbo mathematiſch richtig wäre, aber alle Fehler auf eine Seite fielen, in dem allerunglücklichſten Falle einen Fehler begehen könne, der nahe zu ein Winkel von 1′ 22″, 084. ſeyn könnte; in dem allerglücklichſten Fall aber möchte der Fehler nicht wohl kleiner als 0′ 6″, 2. ſeyn.

§. 13.

Berechnung der geographiſchen Länge der Stadt Brüſſel, aus den Beobachtungen Sr. Excell. Hrn. Grafen von Brühl und Hrn. v. Zach, welche dieſelbe vermittelſt eines Sextanten nach Hadleys Theorie, und eines von Joſiah Emery mit äußerſtem Fleiße verfertigten neuen Chronometers, im Monat Juni des Jahres 1785, mit möglichſter Sorgfalt angeſtellt haben: nebſt einer Unterſuchung über die Zuverläßigkeit, mit welcher die Länge dieſer Stadt, in dem Falle, konnte ausgefunden werden.

Das Diarium dieſer Beobachtungen iſt folgendes, ſo wie daſſelbe in dem deutſchen Journal für ältere Litteratur und neuere Lecture ſich abgedruckt befindet:

1785. Dienſtags den 24ſten May.

Den Tag unſerer Abreiſe von London beobachteten Se. Excell. Hr. Graf von Brühl das Taſchenchronometer, welches uns auf der Reiſe begleiten ſollte, auf ſeiner Sternwarte, in ſeinem Hauſe Doverſtreet Piccadilly, 32″ 5 in Zeit weſt. von der königlichen Sternwarte zu Grenwich, zum letztenmal, und fanden nach der beobachteten Culmination der Sonne mit einem vortreflichen Ramsdenſchen Durchgangsinſtrument, daß es 10″ 95 für Londner mittlere Zeit zu ſpät war; ſein mittlerer täglicher Gang (dayly Rate) wurde auf —.0″ 85 feſtgeſetzt.

Brüſſel, Sonnabends den 4ten Brachmonat.

Früh Morgens wurden in der Wohnung des Miniſters Grafen von Belgioioſo Excellenz, acht Sonnenhöhen mit dem Hadleyſchen Seeſextanten beobachtet, um die wahre Zeit des Orts zu finden. Da ſich der Himmel mit Wolken umzog, ſo konnten hierzu keine übereinſtimmende (correſpondantes) genommen werden, die einzelnen Höhen ſelbſt, ſind unter ſehr ungünſtigen Umſtänden beobachtet, theils, weil ſie im Flug, ſo wie die Sonne aus Wolken hervortrat, genommen wurden, theils, weil der Ort, auf welchem man beobachtete, nicht der bequemſte hiezu war. Der künſtliche Horizont mußte nämlich auf der Plattforme eines Gartengebäudes geſtellt werden, an welchen noch gearbeitet wurde, die Bewegung der Arbeitsleute erſchütterte die Plattforme, und veränderte die waagrechte Lage des waſſerpaßgeſtellten künſtlichen Horizonts. Die Beobachtung war folgende:

Anzahl der Beobacht.	Doppelte Höhen des untern Sonnenrands.			Zeiten des Chronometers.			Inſtrument.
	°	′	″	U.	′	″	
I.	116	46	0	22	30	47	Mit dem von Dollond verfertigten vierzolligen Spiegelſextanten.
II.	116	58	30	22	31	40	
III.	117	9	0	22	32	55	
IV.	117	18	0	22	33	52	
V.	117	52	30	22	37	4	Mit dem von Ramsden verfertigten dreyzolligen Spiegelſextanten.
VI.	118	15	0	22	39	36	
VII.	118	28	0	22	41	5	
VIII.	118	33	30	22	41	59	

(*)

Des Zeigers Irrthum (Error Indicis) war bey dem Dollondſchen Sextanten + 30″, bey dem Ramsdenſchen – 30″ für die doppelten Höhen, wenn nun dieſe doppelte Sonnenhöhen, welche das Inſtrument allemal bey Reflexionsbeobachtungen angiebt, vom Fehler des Inſtruments befreyet, ſodann halbirt und von der Wirkung der Strahlenbrechung und Sonnenparallaxe gereiniget, und mittelſt des halben Sonnendurchmeſſers auf deſſen Mittelpunkt gebracht werden, ſo ergeben ſich für die beobachteten Zeiten die wahren Sonnenmittelpunktshöhen; wird nun mit dieſen Sonnenhöhen, der Breite des Orts 50° 51′ 0″ und der Abweichung der Sonne, die aus aſtronomiſchen Ephemeriden entlehnt, und auf den Augenblick der Beobachtung reducirt wird, der Stundenwinkel berechnet, ſo findet man die wahren Zeiten die das Chronometer in Brüſſel hätte zeigen ſollen, dieſe alſo berechnete wahre Zeiten mit jenen, die die Beobachtungen gaben, verglichen, giebt die Voreilung oder Verſpätung des Zeitmeſſers, wie ſolches umſtändlich in folgender Tabelle zu ſehen iſt:

Anzahl der Beobacht.	Verbeſſerte wahre Sonnenmittelpunkts-Höhen.			Berechnete wahre Zeiten.				Verſpätung des Chronometers.		
	°	′	″	U.	′	″		′	″	
I.	58	38	47	22	50	59	3	20	54, 6	(a)
II.	58	45	2	22	52	15	1	20	35, 1	
III.	58	50	18	22	53	19	2	20	24, 2	
IV.	58	54	58	22	54	15	2	20	23, 2	
V.	59	11	0	22	57	44	7	20	40, 2	
VI.	59	22	18	23	0	15	2	20	39, 2	
VII.	59	28	48	23	1	42	1	20	37, 1	
VIII.	59	31	30	23	2	19	2	20	19, 8	(b)
Woraus die Mittel für die Verſpätung								20′	34″, 2	(c

(*) §. 12. XXIX. a.

(a) Ich finde 20′ 9″ 3.
58′ 38″ 32.

(b) 20′ 20″ 2.

(c) 20′ 25″ [illegible]

Dieſe Verſpätung wäre nun unmittelbar der geſuchte Unterſchied der Mittagskreiſe in Zeit, wenn das Chronometer gerade wahre Zeit angezeigt hätte; allein Uhren können nur nach gleichförmigen Bewegungen laufen, das heißt in gleichen Zeiten, gleiche Räume zurücklegen, oder mit andern Worten, gleiche Räume mit derſelben Geſchwindigkeit beſchreiben, daher ſolche mechaniſche Werkzeuge niemals wahre Zeit, die da ungleichförmig iſt, ſondern mittlere, das iſt, gleichförmige Zeit angeben, demnach ſind obige berechnete wahre Zeiten, und die beobachteten mittleren Zeiten der Uhr nach zween ganz verſchiedenen Maasſtäben gemeſſen; um ſie gehörig vergleichen und ihren wahren Unterſchied beſtimmen zu können, müſſen eine oder die andere dieſer Zeiten, (es iſt willkührlich welche) entweder auf die wahre oder mittlere Zeit, das iſt, auf dieſelbe Einheit gebracht werden, und in den aſtronomiſchen Jahrbüchern und Kalendern findet man dieſen Unterſchied zwiſchen wahrer und mittlerer Zeit für den Mittag eines jeden Tages unter der Aufſchrift: Zeitgleichung zum voraus berechnet. So findet man z. B. daß den 4. Junius 1785 die Ausgleichung der mittlern und wahren Zeit – 2 Minuten 5 Sekunden beträgt; Wenn demnach dieſen Tag eine richtig geſtellte gleichförmig fortlaufende Uhr 0 Uhr, oder nach bürgerlicher Zeit zu rechnen 12 Uhr zeigt, ſo iſt der wahre Mittag ſchon vor 2′ 5″ vorüber, das iſt, die Sonne erreichte ihre möglichſt größte Höhe, oder ihr Mittelpunkt befand ſich im Mittagskreiſe des Orts in dem Augenblick, als die nach mittlerer Zeit laufende Uhr 11 Uhr 57 Min. 55 Sec. gezeiget hatte. Dieſe wahre Zeit eilt bisweilen der mittlern vor, bisweilen bleibt ſie zurück, bald iſt ſie eine kürzere Skala, bald eine längere, als die mittlere Skala, die immer unveränderlich dieſelbe bleibt. Dieſe ſcheinbare Unordnung hat ihren aſtronomiſchen Grund in der Theorie des Laufes und der Bahn der Erde, deſſen Erklärung ich hier übergehen muß. Aus dem erklärten erhellet nun, daß die berechneten wahren Zeiten der Brüßler Beobachtungen alle um 2′ 5″ zu groß für mittlere Zeit, oder, wenn man will, alle beobachteten Zeiten um dieſelbe Größe zu klein für wahre Zeit ſind, es müſſen demnach erſtere um dieſe Quantität vermindert, oder letztere um ſo viel vermehrt, oder aber in dieſem Fall, wo die wahre Zeit größer als die mittlere iſt, der genommene Unterſchied um dieſe Größe vermindert, im widrigen Fall vermehrt werden; Da nun dieſer Unterſchied 20′ 34″ 2 gefunden worden, ſo iſt er mittelſt dieſer Ausgleichung oder Reduzirung auf einen und denſelben Maasſtab auf (d) 18′ 29″ 2 gebracht. Nach aller Schärfe genommen iſt dieſe Zeitgleichung blos für den Mittag zu verſtehen, ſie wächſt und fällt aber mit jedem Augenblick; Denn den 3. Junius betrug ſie 2′ 15″ 1, ſie hat demnach vom 3. bis zum 4. Junius, das iſt, in 24. Stunden um 10″ 1 abgenommen, unſere Beobachtungen ſind auch nicht im Mittag, ſondern anderthalb Stunden davon angeſtellt worden, für dieſen Zeitraum beträgt erwähnte Veränderung der Zeitgleichung 0″ 63, die Zeitgleichung wäre daher für den eigentlichen Augenblick der Beobachtung nach aller Schärfe 2′ 5″ 63, folglich der geſuchte Unterſchied 18′ 28″ 57. (e) Dieſer Unterſchied iſt aber noch nicht der wahre, denn man darf ſich nur erinnern, daß den 24. May, Tag der letzten Beobachtung des Chronometers in London, derſelbe um 10″ 95 zu ſpät für mittlere Zeit befunden worden; es muß demnach obiger Unterſchied noch um 10″ 95 vermindert werden, welches 18′ 17″ 62 (f) für den

(d) Ich finde 18′ 20″ 9.
(e) 18′ 20″ 27.
(f) 18′ 9″ 32.

noch nicht ganz berichtigten Unterſchied giebt; denn obgleich ich oben erwähnt habe, daß mechaniſche Werkzeuge nur nach gleichförmiger oder mittlerer Bewegung gehen können, ſo iſt doch dieſes nicht nach aller mathematiſchen Strenge zu verſtehen, ſondern eine ſolche Maſchine hat ihre kleine Abweichungen, die an ſich ſelbſt nichts zur Unvollkommenheit des Werkzeuges thun, wenn nur dieſe Abweichungen nach ſteten und beſtändigen Geſetzen fortſchreiten, denn in dieſem Fall läßt ſich genaue Rechnung davon tragen. So hat z. B. das Chronometer, deſſen wir uns bedienet haben eine Neigung ſich täglich etwas zu verſpäten; dieſe Verſpätung iſt bald größer, bald geringer, und da die Quantität davon ſo gar geringe iſt, ſo geht ſie wohl auch bisweilen in eine Voreilung über; wenn man daher nach gehöriger Verbindung und Vertheilung der Mängel und der Ueberſchüſſe aus einer großen Anzahl von Beobachtungen, einen mittlern Gang herausbringt, ſo wird er ſich unter einer gewiſſen Anzahl von Beobachtungen zum alleröfterſten der Wahrheit nähern, und das zwar mit einem deſto größeren Grad der Zuverläßigkeit, je zahlreicher die Beobachtungen waren, woraus dieſes Mittel geſchloſſen worden. Auf dieſe Art wurde der tägliche mittlere Gang des Chronometers (mean daily Rate) auf − 0″ 85 feſtgeſetzet, da nun ſeit der letzten Beobachtung des Chronometers den 24. May bis zur Zeit der Brüßler Beobachtungen den 4. Junius 10 Tage und 22½ Stunden verfloſſen ſind, ſo beträgt dieſe der Uhr eigene Verſpätung annoch 9″ 32, welches endlich für den geſuchten wahren Zeitunterſchied 18′ 8″ (g) giebt, welches auch die verlangte Differenz der Meridiane iſt, und zwar öſtlich, weil die Brüßler Zeit größer als die Londner Zeit iſt. Nach der Berliner Sammlung aſtronomiſcher Tafeln, und nach den meiſten aſtronomiſchen Jahrbüchern iſt der Unterſchied der Mittagskreiſe von Brüſſel und Paris auf 8′ 7″ angeſetzt, nun iſt Paris öſtlicher als Greenwich den allerneueſten Angaben zufolge 9′ 20″, und Doverſtreet iſt 32″ 5 weſtlicher als Greenwich, demnach der Unterſchied der Mittagskreiſe von Brüſſel und Doverſtreet 17′ 59″ 2 (h), welches mit obiger Beſtimmung verglichen einen Unterſchied von 9″ 1 (i) zu groß giebt. Verwandelt man nun den durch das Chronometer gefundenen Unterſchied der Mittagskreiſe 18′ 8″ 3 in Theile des Aequators, das iſt, eine Zeitſecunde zu 15 Raumſecunden gerechnet, ſo erhalten wir dieſen Unterſchied in Raum ausgedrückt 4° 32′ 4″ 5 (k); wird nun ferner dieſer Unterſchied, der öſtlich von Doverſtreet iſt, zu der bekannten Länge von Doverſtreet 17° 31′ 52″ 5 addirt, ſo erhält man endlich für die geſuchte Länge von Brüſſel 22° 3′ 57′ (l) vom erſten Mittagskreis an gezählt, der 20 Grade in runder Zahl weſtlich von Paris feſtgeſetzt wird.

Aus dieſem Diario nehme ich nun zu einem Exempel die erſte Beobachtung heraus, und berechne zuerſt nach demſelben die Geographiſche Länge der Stadt Brüſſel, und unterſuche ſodann die Zuverläßigkeit, mit welcher dieſelbe nach dieſer einzigen Beobachtung gefunden werden konnte.

(g) Ich finde 18′, 0″, 0.
(h) 17′, 59″, 5.
(i) 0′, 0″, 5.
(k) 4°, 30′.
(l) 22°, 1′, 52″, 5.

Die Operation hiebey iſt nun folgende:

Beobachtet am 4ten Juli Vormittags 1785, die Höhe des untern Randes der Sonne, wie dieſelbe der Sextant angab .	116°, 46′, 0″.
Der Index ſtund rechts des o Puncts . .	0, 0, 30.
	U.
Der Chronometer zeigte die Zeit in dieſem Augenblick .	22°, 30′, 47″.
Er eilte vor am Tage der Abreiſe, am 24. May . .	+ 10″, 95.
Sein ausgeglichener Gang war damals feſtgeſetzt auf .	— 0, 85.
Die Beobachtung geſchah 10 Tage und $22\frac{1}{2}$ Stunde nach dem Mittag vom 24. May, alſo iſt während dieſer Zeit die Verſpätung des Chronometers . . .	— 9″, 32.
Die Declination der Sonne am Mittage des 4ten Juli .	22°, 31′, 31″.
Die Declination im Augenblick der Beobachtung .	22°, 31′, 6″.
Die Zeitgleichung für den Mittag des 4ten Juli .	— 2′, 5″.
Die Zeitgleichung für den Augenblick der Beobachtung .	— 2′, 5″, 63.
Die Polhöhe der Stadt Brüßel . .	50°, 51′.

Aus dieſen gegebenen Datis läßt ſich nun die wahre Höhe der Sonne, die wahre Zeit des Augenblicks der Beobachtung in Londner und Brüßler Zeit finden, und daraus der Unterſchied der Meridiane in Zeit angeben.

Es iſt nämlich die Höhe des untern Sonnenrandes, wie dieſelbe das Inſtrument giebt . . .	58°, 23′, 15″.
Die Refraction der Strahlen in der Atmosphäre erhebt die Strahlen um den Winkel . .	— 35.
Die Parallaxe der Sonne für dieſe Höhe .	+ 4.
Der Halbmeſſer der Sonne um dieſe Zeit .	15′, 48″.
Folglich die wahre Höhe des Mittelpuncts der Sonne .	58°, 38′, 32″.
	Uhr.
Es iſt ferner die correcte mittlere Zeit des Chronometers	22, 30′, 41″, 37.
Die correcte wahre Zeit . .	22, 32′, 47″, 0.

Demnach iſt in der Formel §. 12. II. oder III.

$$\alpha = 58^\circ\ 38'\ 32'';\quad \delta = 22^\circ\ 31'\ 6''.\quad z = 50^\circ\ 51'.$$

Hieraus ergiebt ſich nach logarithmiſcher Auflöſung derſelben das Complement des Stundenwinkels $\tau = 17^\circ\ 15'\ 56''$ in Graden des Aequators,

	St.				
folglich nach wahrer Zeit	1	9′	3″	7.	
Demnach die wahre Brüßler Zeit	St.				
im Augenblick der Beobachtung	22	50′	56″	3.	Hievon abgezogen
die wahre Londner Zeit	22	32′	47″.		
Giebt zum Unterſchied	0	18′	9″		als den Unterſchied
der Meridiane in Zeittheilen					
oder in Theilen des Aequators	4°	32′	15″.		

Hr. von Zach findet dieſen Unterſchied durch ein Mittel von 8 Beobachtungen 4° 32′ 15″; es müſſen ſich aber in der angezeigten Ueberſetzung Druckfehler eingeſchlichen haben; denn wenn das Mittel aus allen 8 Beobachtungen, ſo wie dieſelbe allda abgedruckt ſind, genommen wird, ſo ergiebt ſich hieraus die Länge von Brüſſel 4° 30′.

Es fragt ſich nun: Mit welcher Zuverläßigkeit konnte dieſer Winkel von 4° 32′ 15″ ausgefunden werden?

Dieſe Frage beantworte ich nach der Formel

$$15\ dC + \frac{\mathrm{Cos}\,\alpha\ .\ d\alpha}{\mathrm{Cos}\,z\ \mathrm{Cos}\,\delta\ \mathrm{Sin}\,\tau}\ .\ 206264.$$

In dieſer Formel iſt dC ein Zeittheil, auf welchen man in Anſehung des Ganges des Chronometers gewis ſeyn konnte, daß er den Augenblick der Beobachtung auch richtig angegeben habe. Dieſen Zeittheil nun zu finden, lege ich hiebey die beyden in §. 12. XXVII. conſtruirten Formeln zum Grunde.

Es iſt in denſelben J die Höhe der Sonne über dem Londner Horizont am 24. May. Sie mag in Stundenzahl 60° geweſen ſeyn.

X = — 0″, 85. als die Gleichung der Uhr für dieſe Zeit.

P. die möglichſt größte monatliche Ausgleichung des Chronomet. = $\frac{9}{8}$″ nach §. 12. XXI.

P° . kleinſte . . = $\frac{1}{10}$″.

N. die Zeit vom Mittag des 24. May bis 1½ Stunde Vormittags den 4ten Julii . . = 11 Tage circa.

Was das Ramsdenſche Durchgangsinſtrument betrifft, mit welchem Se. Excell. der Hr. Graf von Brühl ſeine Beobachtung am 24ſten May mochte angeſtellt haben, ſo will ich annehmen, es ſey nach Birdſcher Methode mit einer Waſſerwaage conſtruirt geweſen: es möchte in der Länge 3 Schuh und ſein Fadenkreuz $\frac{1}{50}$ Linie in der Dicke gehabt haben.

Demnach wäre λ = 3 Fuß; t = 0,0002; in §. 12. XIV. möchte *l* wohl ſchwerlich unter 2 Secunden ſeyn; weil ſchon ſehr viel darzu gehört, einer Waſſerwaage eine Empfindſamkeit von 2″ zu geben. Dieſem zufolge iſt nun einmal

dC = 0′688 — 9″, 79 + 9″,35 } = 1″,128. { Hievon das Arithmetiſche Mittel
0′688 — 9″,662 + 9″,35 } = 1″,000. { 1″, 064.

Den Werth von dα will ich indeſſen nach §. 12. XXXII. von 6 Secunden annehmen.

Ferner iſt auch log. Cos. α = 9, 6989737 — 10.
log. 206264 = 5, 3144252.
15, 0133989 — 10.
29, 2383273 — 30.
5, 7851717.
log. 6″ = log. dα = 0, 4771213 — 5.
4, 3080504 — 4.

log. Cos δ = 9, 9655630 — 10.
log. Cos z = 9, 8002721 — 10.
log. Sin τ = 9, 4724922 — 10.
29, 2383273 — 30.

Hiezu gehört die Zahl 2,033.

Demnach wäre die Zuverläßkeit der Beobachtung vor dieſen Fall ein Winkel von

$$dD = 15 \cdot 1'',064 - 2'',033 \cdot = 13'',927$$ nach Theilen des Aequators.

In §. 12. XXXII. ergab ſich ferner für die äußerſte Gränze, innerhalb welcher alle bey der Beobachtung mögliche Fehler, wenn auch im allerunglücklichſten Falle alle auf eine Seite fallen ſollten, hineinfallen müſſen, ein Winkel von 1′ 22″. Nach dieſem Reſultat wäre nun der Beobachter bey einer Obſervation auf einen Winkel gewis, der der nächſte vor dieſem Winkel wäre. Wiewohl man nun zwar die Möglichkeit dieſes Falles nicht abſprechen kann, ſo iſt es doch eine durch die Erfahrung ausgemachte Sache, daß derſelbe am allerſeltſamſten vorfällt. Demohngeachtet aber liegt ſehr viel daran, dieſe äußerſte Gränze der möglichen Fehler zu wiſſen, wenn von der Zuverläßigkeit die Rede iſt, mit welcher wir mit dieſem oder jenem Inſtrument Winkel abzumeſſen im Stande ſind. Denn von dieſer äußerſten Gränze hängt unſer Urtheil ab, in ſolchen Fällen, da wir die Genauigkeit oder Zuverläßigkeit angeben ſollen, mit welcher ein Beobachter mit verſchiedenen Inſtrmenten; oder zwey Beobachter mit einerley Inſtrument; oder zwey Beobachter mit verſchiedenen Inſtrumenten, einerley Winkel abzumeſſen im Stande ſind. Jederzeit werden wir alſo hierdurch in den Stand geſetzt, aus den verſchiedenen Reſultaten, die ſich in dieſen Fällen für dieſe äußerſte Gränze ergeben, die engeſte oder kleinſte herauszuwählen, und nach derſelben unſer Urtheil zu reguliren.

Dies war meine Abſicht, warum ich die Formeln, nach welchen ſich dieſe äußerſte Gränze der möglichen Fehler aufſuchen läßt, conſtruirte. Man wird finden, wenn man die Reſultate, die ich für die äußerſten Gränzen der Fehler bey dieſem Inſtrument angeſetzt habe, mit den Reſultaten für die äußerſten Gränzen der möglichen Fehler für ein jedes andere Inſtrument zum Winkelmeſſen, das mit demſelben einerley Halbmeſſer, Lichtſtärke und Vergrößerung hat, vergleicht, daß ich nicht zuviel geſagt habe, wenn ich ſagte, daß daſſelbe alle andere Inſtrumente, die mit ihm gleichen Halbmeſſer, gleiche Vergrößerung, und gleiche Oeffnung des Objectivs haben, vermöge ſeiner Conſtruction übertreffen müſſe, weil es kein Fadenkreuz nöthig hat.

Ich habe hiebey den Satz zum Grunde genommen, daß die Größe des Spiegels und des Reflexionsglaſes ſo beſchaffen ſey, daß von denſelben gerade ſo viel Licht auf das Objectivglas könnte geſchickt werden, (wenn daſſelbe nicht auf derſelben Flächen, und durch die ſchiefe Richtung, nach welcher das Licht auf dieſe reflectirende Flächen fällt und ausgeht, gemindert würde) als directe von dem Gegenſtande, der Strahlen auf den Spiegel ſchickt, auf das Objectiv fallen würde.

Auch benützte ich ferner bey den Exempeln, welche ich dieſen Unterſuchungen beygefügt habe, die vom Hrn. Lambert gegebene Tabellen für die Verminderung des Lichts in der Atmoſphäre, und in und auf der Maſſe der Reflexionsebenen dieſes Inſtruments. Ich muß zwar geſtehen, daß mir Hrn. Lamberts angegebenes Verhältnis, nach welchem die Strahlen in

unſerer Atmoſphäre vermindert werden, ziemlich groß vorkommt; allein die Beſcheidenheit, welche ein junger Mann wie ich, einem Manne wie Lambert war, jederzeit ſchuldig iſt, hält mich ab, über deſſen Verſuche zu urtheilen.

Inzwiſchen iſt der Factor (u) ein allgemeiner Ausdruck in allen von mir conſtruirten Formeln; es ſteht alſo einem jeden frey, in denſelben einen Werth zu ſubſtituiren, der mit den von ihm angeſtellten Verſuchen oder Erfahrungen überein kommt: nach meinen Verſuchen und Vergleichungen ergiebt ſich für die Werthe von (u) jederzeit ein Verhältnis, nach welchem die Verminderung des Lichts in der Atmosphäre nicht ſo ſtark als nach den von Hrn. Lambert angeſtellten Verſuchen iſt.

Anzeige der Methode, nach welcher ich das Verhältnis entwickle, in welchem die Deutlichkeit mit der Dichtichkeit der Strahlen auf der Netzhaut ſtehet.

I. Uebrigens iſt leicht einzuſehen, daß der Exponent (u) in den gegebenen Formeln nicht für alle Augen gleich ſeyn könne. Ich bin alſo noch ſchuldig, das Verfahren anzugeben, aus welchem ich die Function entwickelte, in welcher die Deutlichkeit, mit der ich einen entfernten Gegenſtand durch ein Fernrohr beobachte, mit der Dichtigkeit der Strahlen auf der Netzhaut des Auges ſteht, die von dem Gegenſtand durch das Fernrohr in daſſelbe gelangen.

Vors erſte denke ich mir unter dem Worte (Deutlichkeit) einen gewiſſen Begriff, den ich von einer Sache habe, die ſich vor meinen Augen in einer gewiſſen Entfernung befindet.

Demnach denke ich mir unter der vollkommenſten Deutlichkeit, mit welcher ich eine Sache ſehe, den vollkommenſten und reinſten Begriff, den ich von derſelben und ihren Theilen habe, indem ich dieſelbe vor Augen ſehe; es mag nun dieſe Sache ein Bild von einem entfernten Gegenſtande, oder ein Gegenſtand ſelbſt ſeyn, welchen ich in meiner Geſichtsferne betrachte.

Nun gieng ferner meine Abſicht dahin, gewiſſe Begriffe, die ich von entfernten Gegenſtänden erlangen kann, die ich durch Fernröhre betrachte, zu vergleichen mit dem vollkommenſten und reinſten Begriff, welchen ich von einer gewiſſen angenommenen Sache habe, die ich unter dem nämlichen optiſchen Winkel, wie den entfernten Gegenſtand im Fernrohr, und mit der größten Helligkeit ſehe, die mein Auge gerade noch erleiden kann, ohne von demſelben geblendet zu werden, und die ich in einer Entfernung betrachte, in welcher das Bild derſelben gerade auf die Netzhaut meines Auges fällt. Es konnte hiebey gar nicht anders ſeyn, ich mußte bey dieſem Unternehmen ſogleich auf den Satz verfallen, daß die Deutlichkeit, mit welcher wir einen Gegenſtand in einerley Entfernug ſehen, mit der Dichtigkeit der Strahlen von demſelben auf der Netzhaut, zuſammen hängen müſſe; denn die Natur hat für ein jedes Auge zwey Gränzen in Rückſicht auf dieſe Dichtigkeit geſetzt. Wir werden nämlich von einem Gegenſtande geblendet, wenn die ſcheinbare Klarheit, unter welcher wir denſelben ſehen, gröſſer iſt, als dieſe Gränze, und ſehen den nämlichen Gegenſtand gar nicht mehr, wenn die ſcheinbare Klarheit, unter welcher wir denſelben ſehen, geringer iſt, als die andere Gränze.

II. Alles kam alſo hiebey darauf an, das Geſetz auszufinden, nach welchem die Deutlichkeit des Sehens mit der Dichtigkeit der Strahlen auf der Netzhaut zuſammen hängen möchte, und in dieſer Abſicht gieng ich folgendermaßen zu Werke:

Ich zeichnete vermittelſt einer Reisfeder und einer Mikrometerſchraube verſchiedene Parallellinien mit ſchwarzer Tuſche, nach gewiſſen Entfernungen, die ich durch die Umgänge der Mikrometerſchraube beſtimmte, auf ein weißes Papier. Von dieſen wählte ich eines aus, deſſen Breite und Länge 1½ Augsburger Zoll hatte. Es geben aber 14400 Pariſer gerade 13139 Augsburger. Ich umzog dieſes Intervallum mit breiten mit Tuſch geſchwärzten Parallelen von beygeſetzter Figur . Die Breite des Zwiſchenraums zwiſchen den ſchwarzen Seitenwänden maß alſo . . Augsburger Zolle. Dieſes Intervallum will ich das Normale nennen.

Dieſes Normale nun betrachtete ich an einem ſehr heitern Tage, da die Sonne ſchien, unter freyem Himmel an einem Ort, der nicht unmittelbar von der Sonne beſchienen wurde, und ich konnte daſſelbe in einer Entfernung von 8 Zollen bey der Beleuchtung der heitern Atmoſpäre mit der möglichſt größten Deutlichkeit ſehen.

An dieſes Normale nun befeſtigte ich eine Vorrichtung, vermöge deren ich mein Auge allemal in einer Entfernung von 8 Zollen, einmal wie das andremal, halten mußte, wenn ich daſſelbe betrachten wollte, und beobachtete daſſelbe bey der Erleuchtung einer Kerze, in ein Fuß und mehrern Fußen Entfernung, und es ſchien mir das Normale immer kleiner zu werden, jemehr ich das Licht von demſelben entfernte, während ich daſſelbe immer in einerley Entfernung betrachtete.

Denn es waren die ſcheinbaren Durchmeſſer dieſes Normale, deſſen Durchmeſſer bey der Beleuchtung der heitern Atmoſphäre war 0‴,35 folgende, ſo wie das Arithmetiſche Mittel aus 5 angeſtellten Verſuchen ergab.

Es war nach Theilen einer Decimallinie des Augsburger Fußes, der

ſcheinbare Durchmeſſer des Normale.	bey der Beleuchtung in der Entfernung von Fußen.	ſcheinbare Durchmeſſer des Normale.	bey der Beleuchtung in der Entfernung von Fußen.
0, 300	1	0, 166	28
0, 275	2	0, 157	30
0, 252	4	0, 139	32
0, 240	6	0, 129	34
0, 231	8	0, 119	36
0, 227	10	0, 110	38
0, 220	12	0, 099	40
0, 214	14	0, 088	42
0, 210	16	0, 076	44
0, 202	18	0, 064	46
0, 196	20	0, 051	48
0, 189	22	0, 036	50
0, 181	24	0, 017	52
0, 174	26	verſchwindend.	54

Die Breite der Lichtflamme wurde beſtändig von 4 Decimallinien, und die Höhe derſelben 1½ Zoll unterhalten.

III. Aus dieſen 5 angeſtellten Verſuchen ziehe ich nun folgenden Schluß:

Es war der wirkliche Durchmeſſer des Normale gleich 0''', 35 = α, und ich hatte, da ich daſſelbe bey der Erleuchtung der Atmoſphäre in der Entfernung von 8 Zollen betrachtete, von demſelben den vollkommenſten und reinſten Begriff, das iſt, ich ſahe daſſelbe unter dieſen Umſtänden mit der Deutlichkeit 1.

Bey der Erleuchtung der Kerze aber ſchien mir der Durchmeſſer des Normale von 0''', 3 alſo kleiner als vorhin, da ich daſſelbe in der nämlichen Weite von 8 Zollen beobachtete.

Die Begriffe, die ich mir alſo bey dieſen verſchiedenen Erleuchtungen des Normale machte, waren alſo von einander verſchieden, und in Verhältnis des ſcheinbaren Durchmeſſers dieſes Normale. Bezeichne ich nun den Begriff, den ich mir von dem Durchmeſſer des Normale bey der Beleuchtung der Kerze machte, oder welches das Nämliche iſt, die Deutlichkeit, mit welcher ich bey dieſer Erleuchtung des Normale betrachten konnte, in der unveränderlichen Weite von 8 Zollen, (die ich nunmehro die Fundamentalweite nennen werde) mit 8, ſo verhält ſich

die Deutlichkeit   Deutlichkeit

1 : D = 3,5 : 3.

IV. Dieſe Deutlichkeit D lege ich nun ferner zum Grunde, bey Aufſuchung des Verhältniſſes, in welchem die Deutlichkeit, mit welcher ich das Normale betrachten konnte, in der Fundamentalweite, mit der Entfernung des Lichts zuſammen hängt. Es ſey dieſem zufolge

des Normale ſcheinbarer Durchmeſſer.	bey der Entfernung des Lichts von Fußen.	die Deutlichkeit, mit der ich das Normale ſehe.
c	1	D.
y	z	N.

ſo iſt D : N = c : y.

und nach dieſem Verhältnis ergibt ſich folgende Tabelle:

Wenn Z.	ſo iſt y.	demnach N.	Wenn Z.	ſo iſt y.	demnach N.	Wenn Z.	ſo iſt y.	demnach N.
1	0, 3	D.	14	0, 214	D×0,700	28	0, 166	D×0, 523
2	0,275	D× 0,916	16	0, 210	D×0, 666	30	0, 157	D×0, 463
4	0,252	D× 0, 840	18	0, 202	D×0,653	32	0, 139	D×0, 397
6	0,240	D× 0, 800	20	0, 196	D×0,630	34	0, 129	D×0, 366
8	0,231	D× 0,770	22	0, 189	D×0,600	36	0, 119	D×0, 333
10	0,227	D× 0,757	24	0, 181	D×0,580	38	0, 110	D×0, 293
12	0,220	D× 0,733	26	0. 174	D×0,533	40	0, 099	D×0, 253

V. Um nun das Verhältnis oder das Geſetz zu finden, nach welchem die Deutlichkeit, mit der ich das Normale bey verſchiedenen Erleuchtungen betrachten konnte, mit der Dichtigkeit der Strahlen oder ſcheinbaren Klarheit zuſammen hängt, für einerley Entfernung des Auges von demſelben, conſtruirte ich eine krumme Linie, deren Ordinaten die Deutlichkeit N und deren Abſciſſen die Erleuchtungen Z^2 vorſtellen. Die Natur dieſer krummen Linie habe ich zwar noch nicht unterſucht, weil mir zu meinen gegenwärtigen Unterſuchungen folgende Bemerkung, die ich aus Vergleichung der Abſciſſen und Ordinaten dieſer conſtruirten Linie machte, hinlänglich ſchien. Ich bemerkte nämlich, daß ſich ganz erträglich verhalte

$$D : N = \sqrt[16]{z^2} : \sqrt[16]{1};$$

ſo lange z nicht größer als 12 oder 13 iſt.

VI. Dieſer Ausdruck findet alſo bey allen Gattungen der Fernröhre ſtatt, ſo lange die ſcheinbare Klarheit, unter welcher ein entfernter Gegenſtand durch dieſelbe beobachtet wird, nicht mehr als ungefähr 160 mal geringer iſt, als die ſcheinbare Klarheit, mit der ich einen Theil auf dem grünen Blatt ſehe, der mir unter dem nämlichen Geſichtswinkel, wie der Gegenſtand im Fernrohr erſcheint. Je größer alſo x^2 oder die Oeffnung des Fernrohrs gegen ω^2 der Oeffnung des Sterns im Auge, deſto länger findet dieſe Formel ihre Anwendung; ja ſie wird beſtändig ihre Anwendung finden, ſo lange die Vergrößerung nicht weiter getrieben wird, als noch ein deutliches Sehen möglich iſt. In dieſem letztern Falle halte ich es vor dienlicher, lieber aus den gegebenen Abſciſſen und Ordinaten der krummen Linie, durch Interpolation die Deutlichkeit aufzuſuchen, als ſich durch eine mühſame Aufſuchung einer Gleichung vor dieſelbe, oder wenn ſie ſchon vorhanden wäre, durch Auflöſung derſelben die Rechnung zu erſchweren.

Nach dieſem angezeigten Verfahren kann alſo ein jeder Beobachter das Verhältnis aufſuchen, nach welchem für ſein Auge die Deutlichkeit des Sehens mit der Dichtigkeit der Strahlen auf der Netzhaut zuſammen hängt.

VII. Würde man ein gewiſſes Normale zum Generalmaaßſtab annehmen, nach welchem mehrere Beobachter dieſes Verhältnis für ihre Augen ausfinden könnten, ſo würde man hiedurch in den Stand geſetzt, Vergleichungen über die Zuverläßigkeit der Beobachtung eines gewiſſen Gegenſtandes am Himmel und auf der Erde anzuſtellen, weil dieſe Zuverläßigkeit im Verhältnis der Begriffe ſtehen muß, die mehrere Beobachter ſich von einerley Gegenſtänden machen können. Dieſes Verhältnis will ich nunmehro das Sehensverhältnis heißen (ratio Cognitionis).

Wäre z. E. eine Erſcheinung am Himmel, die ich P heißen will, von zweyen Beobachtern, A und B beobachtet worden; ſo ſey

der Beobachter	ſehe P mit ſeinem Fernrohr mit der Deutlichkeit.	Sehungs-Verhältnis.	die Zuverläßigkeit der Beobachtung.
A.	D.	N.	T.
B.	D'.	N'.	T'.

Es ſtelle ferner vor

der Buchſtabe	einen Winkel, auf welchen bey der Beobachtung gewis iſt der Beobachter	in Anſehung, des Standes ſeines Inſtruments, im Plano Verticali, der Centration der Gläſer im Fernrohr, des Parallelismus der Axe derſelben mit der Cardinallinie der Eintheilung, des Standes des Indicis auf dem Limbo, und der Eintheilungen auf dem Limbo und Nonio ſelbſt ꝛc.
t	A.	
τ	B.	

ſo iſt einmal $T : T' = \mathfrak{D} + t : \mathfrak{D}' + \tau$

$$\text{aber } \mathfrak{D} = \sqrt[u]{\left(\frac{u.\ n\ m\ x^2\ \Sigma.\ Sin^2 \lambda.}{u.\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ Sin^2 \varrho\ Cos\ p\ Cos\ q\ Sin^2\ M\lambda.}\right)}$$

$$\text{und } \mathfrak{D}' = \sqrt[n]{\left(\frac{u.\ n'\ m'\ x'^2\ \Sigma.\ Sin^2 \lambda.}{u\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ Sin^2 \varrho\ Cos\ p'\ Cos\ q'\ Sin^2\ M'\lambda.}\right)}$$

Auch iſt ferner $u : n = N : Q$

$$\text{und } N = \frac{D.\ y}{c};\quad D = \frac{c}{\alpha};\quad \text{alſo } N = \frac{y}{\alpha};$$

$$Q = \frac{D'\ y'}{\gamma};\quad D' = \frac{\gamma}{\alpha'};\quad \text{alſo } Q = \frac{y'}{\alpha'};$$

ſind demnach beyde Normale einander gleich oder $\alpha' = \alpha$,

ſo iſt auch $u : n = y : y'$; demnach iſt

$$\frac{T}{T'} = \frac{\sqrt[\frac{u.\ y'}{y}]{\left(\frac{u.\ n'.\ m'\ x'^2.\ \Sigma.\ Sin^2 \lambda.}{u'\ \omega'^2\ \mathfrak{A}\ Sin^2 \varrho\ Cos\ p'\ Cos\ q'\ Sin^2\ M'\lambda} + t.\right)}}{\sqrt[u]{\left(\frac{u\ n\ m\ x^2\ \Sigma\ Sin^2 \lambda.}{u\ \omega^2\ \mathfrak{A}\ Sin^2 \varrho\ Cos\ p\ Cos\ q\ Sin^2\ M\lambda} + \tau.\right)}}$$

Nach dieſer Formel läſſet ſich alſo das Verhältnis ausfinden, in welchem die Zuverläßigkeiten, mit welchen zwey Beobachter mit verſchiedenen Inſtrumenten einerley Erſcheinung am Himmel, bey verſchiedener Klarheit der Atmoſphäre, an ihren Standorten beobachten können.

Sie findet alſo ihre Anwendung bey allen ſcheinbaren Berührungen himmliſcher Körper, bey allen Vorübergängen und Oculationen, und gewähret den Vortheil, daß wir unſer Urtheil über dieſe oder jene Obſervation reguliren können, nach den Umſtänden, die bey derſelben in Rückſicht auf den Beobachter, ſein Inſtrument und Klarheit der Atmoſphäre obwalteten.

Ich habe ferner auch Verſuche über die Deutlichkeit angeſtellt, mit welcher ich das Normale in der Fundamentalweite, bey der Erleuchtung der Atmoſphäre zur Zeit der Abenddämmerung, und bey der Erleuchtung des Monds betrachten kann.

Ich ſtellte dieſe Verſuche an, um das Verhältnis zu finden, nach welchem die Erleuchtung der Atmoſphäre, für einen gegebenen Ort, mit dem Sehungsbogen abnimmt. Mein Verfahren hiebey war folgendes:

Ich hatte, wie ich bereits angezeigt habe, verſchiedene Intervallen mit einer Mikrometerſchraube auf weißes Papier gezeichnet.

Dieſe Intervallen legte ich nun auf ein Bretchen, an welchem meine Vorrichtung wegen der Fundamentalweite befeſtiget ſtund, und bemerkte vom hohen Mittag an bis in die Nacht die Intervalle, die mir nach und nach verſchwindend wurden, und bemerkte die Zeiten dieſes Verſchwindens.

Nun betrachtete ich ferner dieſe nämlichen Intervallen bey der Erleuchtung einer Kerze, und entfernte dieſelbe nach und nach ſo lange, bis mir dieſe Intervallen endlich verſchwanden. Ich maß ſodann die Entfernungen der Kerze, und zog über die Erleuchtung der Atmoſphäre folgende Schlüſſe heraus: Ein

Intervallum.	verſchwand unter freyem Himmel bey den Dämmerungsbogen.	verſchwand bey der Erleuchtung der Kerze, da dieſelbe ſtand in der Entfernung von Fußen.	Erleuchtung deſſelben von der Atmoſphäre.
O.	β.	z.	V.
Q.	γ.	w.	W.

So ſage ich einmal, es ſind die Erleuchtungen des Intervalls von der Atmoſphäre bey dem Sehungsbogen β, und die Erleuchtung des nämlichen Intervalls von der Kerze in der Entfernung z einander gleich.

Und es muß ſich ferner verhalten

$$V : W = z^2 : w^2.$$

Auf dieſem Wege fand ich auch das Verhältnis der Deutlichkeit, mit welcher ich das Normale in der Fundamentalweite ſehe, zu einer Zeit, da daſſelbe von dem vollen Monde beleuchtet wird.

Mir verſchwand nämlich zu der Zeit, da der volle Mond 30° Grad über dem Horizont ſtund, ein Intervallum von 0, 16 Augsburger Decimallinien, und das nämliche Intervallum verſchwand mir auch bey der Beleuchtung der Kerze in 22 Fuß Entfernung.

Bey dieſer Erleuchtung aber iſt die Deutlichkeit, mit welcher ich das Normale ſehe, gleich

$$D \times 0,600; \quad \text{aber } D = \frac{0,30}{0,35} = 0,857.$$

Demnach verhält ſich die Deutlichkeit, mit welcher ich das Normale bey der Erleuchtung der heitern und reinen Atmoſphäre, zu der Deutlichkeit, mit welcher ich in einer heitern Nacht bey der Erleuchtung des Vollmondes in einer Höhe von 30°, in der Fundamentalweite ſehe, wie

$$1 : 0,5142.$$

Dieſe Methode, die Deutlichkeiten, mit welcher Gegenſtände unter verſchiedener Erleuchtung können beobachtet werden, gewähret viel Genauigkeit. Denn ich habe es durch Uebung ſo weit gebracht, daß ich bis auf einen halben Fuß in Anſehung der Stellung des Lichts gewis bin, wenn ich das Verſchwinden eines Intervalls zu wiederholten Malen vornehme.

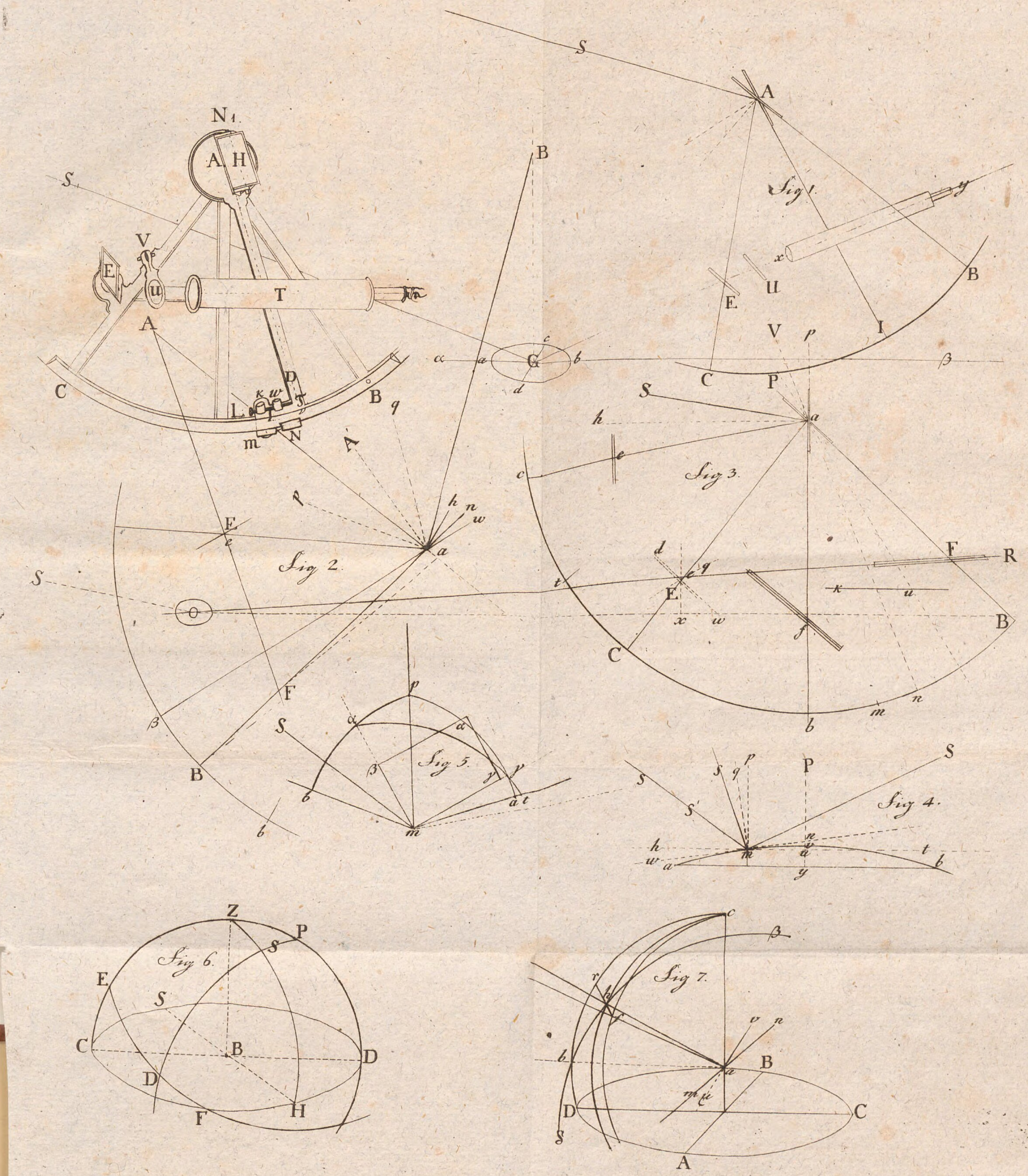
Inzwiſchen hat mich doch dieſe Methode auf einen Irrthum geleitet, den ich hiemit bekennen und verbeſſern will.

Ich war nämlich bey Vergleichung der Abſciſſen und Ordinaten der krummen Linie, von welcher ich in No. V. geredet habe, der Meynung, der Ausdruck $\sqrt{\frac{1}{z^2}}$ ſey weiter gültig, als er wirklich iſt; ich hatte denſelben bereits bis auf z = 12 exprobirt, und nun fiel mir ein, den Ausdruck $\sqrt[16]{\frac{1}{300000}}$ aufzulöſen, weil Hr. Bouguer die Erleuchtung des Monds 300000 Mal geringer als die Erleuchtung der Sonne annimmt, und fand eine Zahl, die der Zahl 0, 5 ziemlich nahe kommt. Ich ſtellte ferner einige Vergleichungen wegen der Erleuchtungen des Normals in der Dämmerung an, und dieſe führten mich auf den nämlichen Irrthum. Als ich aber einige Zeit nachher, da bereits einige Bogen dieſer Abhandlung abgedruckt waren, mit Aufſuchung einer Aequation für die Abſciſſen und Ordinaten jener krummen Linie, (die man meines Erachtens Lineam Cognitionis heißen könnte,) beſchäfftiget war, entdeckte ich dieſen Irrthum, und meine Schuldigkeit war es, für dieſen Ausdruck die Gränze in No. V. anzugeben, innerhalb welcher er brauchbar iſt.

Aus dieſem Grunde iſt alſo die Deutlichkeit, mit der ich einen Gegenſtand bey Licht ſehe, nicht $\sqrt[16]{\frac{1}{150000}}$, ſondern $\frac{3}{3,5} = 0,857$. für die Fundamentalweite; demnach die Zuverläßigkeit in Anſehung der Beobachtung des Standes des Indicis auf dem Limbo gleich $\frac{1}{m}\ \phi.\ \frac{3,5}{3}$; wenn das Licht 1 Fuß von dem Limbo abſteht, und $\frac{1}{m}\ \phi.\ \frac{35}{30}.\ \sqrt[16]{\frac{1}{z^2}}$, wenn das Licht in der Entfernung z von dem Limbo abſtehet, und $z < 1$ iſt; wenn aber $z > 1$, ſo iſt dieſer Winkel $\frac{1}{m}\ \phi.\ \frac{35}{30}.\ \sqrt[16]{z^2}$

Ich werde mit nächſter Gelegenheit dieſe Theorie auf die Unterſuchung anwenden, über die Deutlichkeit, mit welcher wir durch große Reflectores und Refractores himmliſche Gegenſtände beobachten können, auch hiervon Anwendung machen auf die Unterſuchung über die Zuverläßigkeit, mit welcher zwey Beobachter, mit verſchiedenen Inſtrumenten, und verſchiedener Klarheit der Atmoſphäre, an ihren Standorten, einerley Erſcheinung am Himmel beobachten können.

Bayerische Staatsbibliothek München


N. 1
Fig 1.
Fig 2.
Fig 3.
Fig 4.
Fig 5.
Fig 6.
Fig 7.

,08105/801

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Späth, Johann Leonhard,

Photometrische Untersuchung über die Deutlichkeit mit welcher wir entfernte Gegenstände vermittelst dioptrischer Fernröhre beobachten können in Anwendung dieser Theorie auf die Zuverläßigkeit, mit welcher vermittelst eines Hadleyschen Spiegel-Sextanten Winkel zu Wasser und zu Lande können abgemessen werden, wie auch über die Zuverläßigkeit, mit

Leipzig 1789

4 Math.a. 290 c
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10053137-7
VD18 11246359